

الفصل الثالث

العرض البياني للبيانات الإحصائية

شرحنا في الفصل السابق كيفية عرض عدد كبير من البيانات في صورة جداول تكرارية، وذلك لتبسيط هذه البيانات وتسهيل فهمها ، ولكن الجداول التكرارية قد لا تكفي أحياناً للتوضيح وخاصة أن بعض الناس يجدون صعوبة كبيرة في إدراك مدلولات الأرقام التي تعرض عليهم في جداول ، ولزيادة الإيضاح يحاول الإحصائي عرض البيانات بطريقة أخرى وهي الرسومات البيانية ، وتوجد عدة طرق لتمثيل البيانات الإحصائية بيانياً ، وسندرس أهمها والتمثلة فيما يلي :

- القطاعات الدائرية .
- الأعمدة البيانية .
- المدرج التكراري .
- المضلع التكراري .
- المنحنى التكراري .
- المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والهابط.

(1-3) القطاعات الدائرية :

في هذه الطريقة تمثل العدد الكلي للمفردات (المجموع الكلي للتكرارات) بدائرة كاملة ونمثل عدد المفردات التابعة لكل فئة (تكرار الفئة) بقطاع من الدائرة بحيث تتناسب مساحات القطاعات مع تكرارات الفئات التي تمثلها ، ولما كانت مساحة القطاع تتناسب مع زاويته المركزية في الدائرة الواحدة ، فما علينا إلا تقسيم الزاوية المركزية للدائرة والتي تساوي 360° إلى زوايا تتناسب مع تكرارات فئات التوزيع ، ولتحقيق ذلك تحسب زاوية القطاع الذي يمثل كل فئة ، كما يلي :

$$\text{زاوية القطاع الذي يمثل الفئة} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{المجموع الكلي للتكرارات}} \times 360^\circ$$

وعلى أساس قياسات الزوايا نقسم مساحة الدائرة إلى قطاعات، كل قطاع يمثل فئة ويمكن

تظليل هذه القطاعات أو تلوينها للتمييز بينها ويكتب داخل أو بجوار كل قطاع اسم الفئة التي يمثلها، وعادة تستخدم طريقة القطاعات الدائرية في حالة البيانات الوصفية.

مثال (1-3) :

يبين الجدول التالي قيمة الواردات حسب الموانئ لسنة 1982 ، وفقاً لنشرات اتجاهات التجارة الخارجية التي تعدها مصلحة الإحصاء والتعداد :

الموانئ	القيمة بالدنانير الليبية (لأقرب مليون)
ميناء طرابلس	1530
ميناء بنغازي	453
موانئ أخرى	142
المجموع	2125

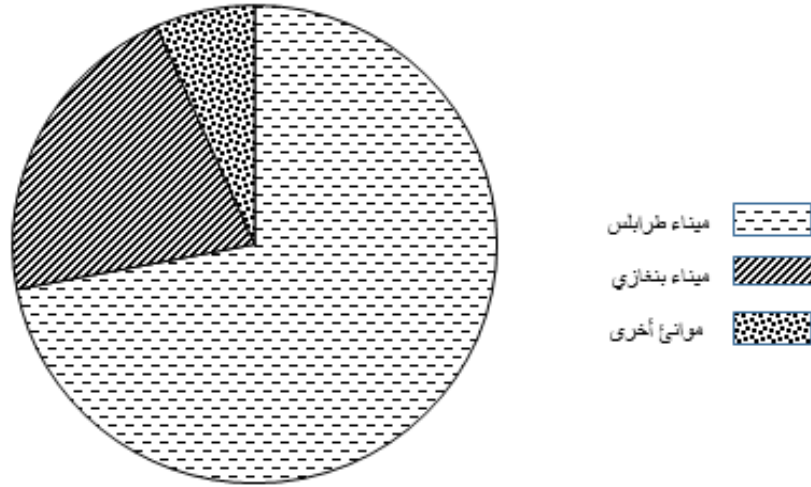
في هذا المثال ، الفئات هي عبارة عن الموانئ ، والتكرار هو قيمة الواردات ، ولتمثيل هذه البيانات بقطاعات دائرية سنحصل على زوايا القطاعات كما يلي :

$$\text{زاوية القطاع الذي يمثل ميناء طرابلس} = \frac{1530}{2125} \times 360 = 259.2^\circ$$

$$\text{زاوية القطاع الذي يمثل ميناء بنغازي} = \frac{453}{2125} \times 360 = 76.7^\circ$$

$$\text{زاوية القطاع الذي يمثل موانئ أخرى} = \frac{142}{2125} \times 360 = 24.1^\circ$$

نرسم دائرة بنصف قطر مناسب ، ونقسم زاويتها المركزية التي تساوي 360° إلى الأجزاء السابقة ، فنحصل على الشكل (3 - 1) :



شكل (1-3)

(2-3) الأعمدة البيانية :

الأعمدة البيانية هي مستطيلات ذات قواعد متساوية وعمودية على المحور الأفقي ، بحيث إن كل مستطيل يمثل فئة من فئات جدول التوزيع التكراري ، ويكون ارتفاع كل مستطيل مساوياً لتكرار الفئة التي يمثلها ، مع مراعاة أن تكون المسافة بين هذه المستطيلات متساوية حتى يكون الرسم أكثر وضوحاً .

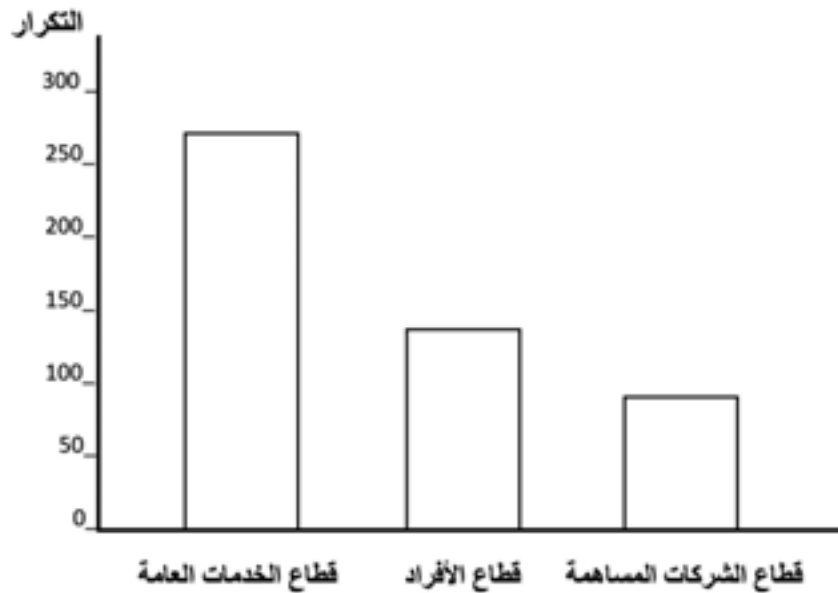
وعادة تستخدم طريقة الأعمدة البيانية لتمثيل الجداول التكرارية الخاصة ببيانات وصفية أو بيانات كمية خاصة بمتغيرات منفصلة فئاتها تمثل قيمة واحدة فقط من القيم التي يأخذها المتغير المنفصل محل الدراسة .

مثال (2-3) :

يبين الجدول التالي توزيع القوى العاملة الليبية وغير الليبية ، حسب القطاعات ، وذلك طبقاً لحصر القوى العاملة لعام 1980م .

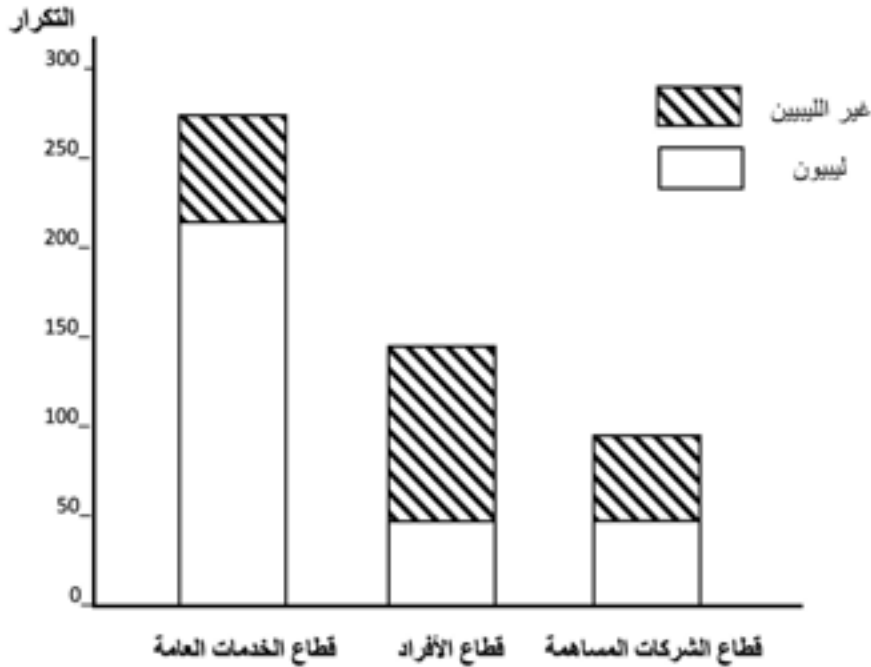
العدد الكلي	عدد غير الليبيين (لأقرب ألف)	عدد الليبيين (لأقرب ألف)	القطاع
271	55	216	قطاع الخدمات العامة
136	97	39	قطاع الأفراد
94	47	47	قطاع الشركات المساهمة

إذا أردنا تمثيل الفئات المختلفة (القطاعات) دون التمييز بين الليبيين وغير الليبيين فسنمثل كل فئة (قطاع) بمستطيل بحيث تكون قواعد المستطيلات متساوية (وفي هذا المثال جعلنا طول كل قاعدة مستطيل مساوية 1 سم) ، وارتفاع كل مستطيل يساوي المجموع الكلي للقوى العاملة التابعة للقطاع الذي يمثله هذا المستطيل ، وذلك كما هو موضح في شكل (3 - 2) .



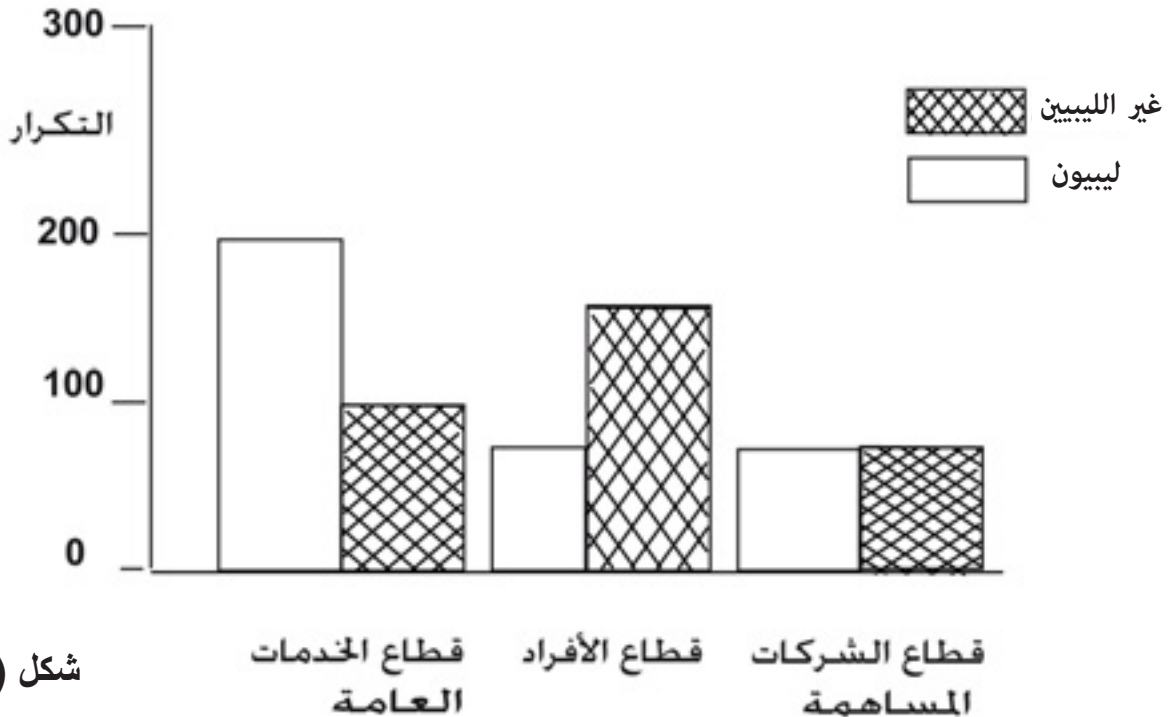
شكل (3-2)

ونستطيع باستخدام الأعمدة البيانية مقارنة مكونات ظاهرة معينة بأجمالها ، فباستخدام بيانات المثال نستطيع مقارنة القوى العاملة غير الليبية في كل قطاع بإجمالي القوى العاملة في هذا القطاع وذلك بتقسيم كل مستطيل يمثل قطاعاً إلى جزأين عن طريق خط مستقيم يوازي القاعدة ، بحيث الجزء الأول يمثل عدد القوى العاملة الليبية والجزء الثاني يمثل عدد القوى العاملة غير الليبية وذلك كما هو موضح في شكل (3-3) ، ويطلق على طريقة العرض بهذه الصورة طريقة الأعمدة المجزأة .



شكل (3-3)

كذلك نستطيع باستخدام الأعمدة البيانية مقارنة ظاهرتين أو أكثر وذلك برسم أعمدة متلاصقة للظواهر المراد مقارنتها ، فمثلاً باستخدام بيانات المثال السابق الخاص بالقوى العاملة ، نستطيع مقارنة القوى العاملة الليبية بالقوى العاملة غير الليبية في كل قطاع من القطاعات وذلك برسم مستطيلين متلاصقين لكل قطاع أحدهما يمثل عدد الليبيين والآخر يمثل غير الليبيين ، بحيث تكون قواعد المستطيلات متساوية والمسافة بين أزواج المستطيلات متساوية ، وذلك كما هو موضح في شكل (3 - 4) ، ويطلق على هذه الطريقة طريقة الأعمدة المتلاصقة .



شكل (4-3)

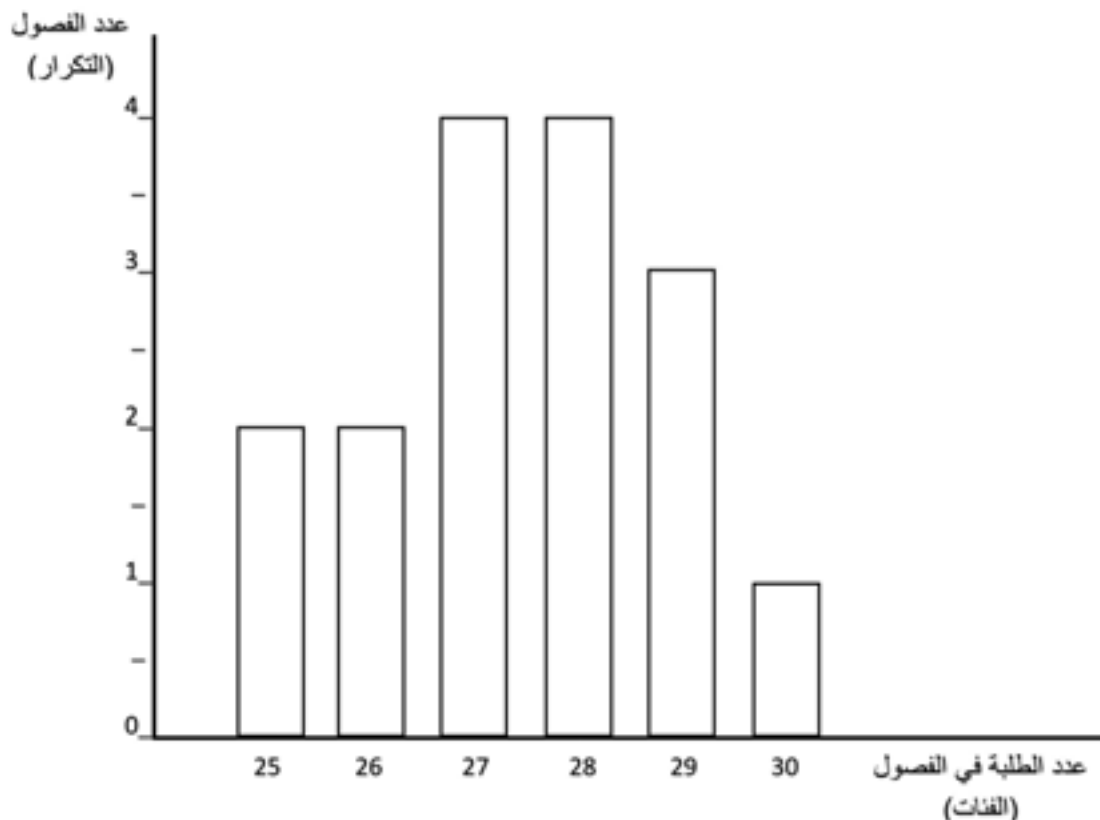
وكما ذكرنا سابقاً أن الأعمدة البيانية تُستعمل كذلك لتمثيل الجداول التكرارية والخاصة ببيانات منفصلة عندما تمثل كل فئة من فئات الجدول قيمة واحدة للمتغير المنفصل محل الدراسة ، والمثال التالي يوضح ذلك :

مثال (3-3) :

مدرسة إعدادية بها 16 فصلاً دراسياً، وجدول التوزيع التكراري التالي يوضح توزيع الفصول الدراسية حسب أعداد الطلبة بمدرسة بها (16) فصلاً :

عدد الطلبة (الفئات)	25	26	27	28	29	30	المجموع
عدد الفصول (التكرار)	2	2	4	4	3	1	16

ونفهم من هذا الجدول أنه يوجد فصولان بالمدرسة كل واحد منهما يشمل 25 طالباً ، وفصلان يشمل كل واحد منهما 26 طالباً ، وأربعة فصول يشمل كل واحد منها 27 طالباً ، وهكذا ... ونلاحظ أن هذه البيانات تمثل متغيراً منفصلاً، وكل فئة في الجدول تحتوي على قيمة واحدة ، وبالتالي نستطيع أن نمثل هذه البيانات بأعمدة بيانية كما في الشكل (3 - 5) .



شكل (3-5)

(3-3) المدرج التكراري :

المدرج التكراري هو مجموعة من المستطيلات المتلاصقة ، كل مستطيل منها يمثل فئة من فئات التوزيع التكراري ، بحيث تكون مساحات المستطيلات متناسبة مع تكرارات الفئات التي تمثلها.

وهذه الطريقة هي الأكثر شيوعاً، وتستخدم لتمثيل الجداول التكرارية الخاصة بمتغيرات متصلة وكذلك الخاصة بمتغيرات منفصلة عندما تمثل الفئة أكثر من قيمة واحدة . ولرسم المدرج التكراري نتبع الخطوات التالية :

- نرسم المحورين ، المحور الأفقي نمثل عليه الفئات، ويجب أن يقسم تقسيماً ملائماً بحيث يسمح بظهور جميع الفئات الموجودة في جدول التوزيع التكراري ، والمحور الرأسي يمثل التكرارات، ويجب تقسيمه تقسيماً ملائماً بحيث يسمح بظهور أكبر التكرارات .
- نرسم فوق كل فئة مستطيلاً ارتفاعه مساوٍ لتكرار الفئة التي يمثلها مع عدم ترك مسافات بين المستطيلات ، وبعد رسم جميع المستطيلات الممثلة لجميع الفئات نحصل على ما يسمى بالمدرج التكراري .

وعندما يكون جدول التوزيع التكراري منتظماً أي تكون فئاته متساوية الطول، تكون مساحات المستطيلات متناسبة مع تكرارات الفئات التي تمثلها ، أما إذا كان الجدول غير منتظم أي فئاته غير متساوية الطول فلكي تكون مساحات المستطيلات متناسبة مع التكرارات يجب أن نعدل التكرار قبل القيام بالرسم ، حيث التكرار المعدل للفئة التي طولها يختلف عن الطول السائد في الجدول أي الطول القياسي للفئات يحسب كما يلي :

$$\text{التكرار المعدل للفئة} = \frac{\text{طول الفئة}}{\text{الطول القياسي للفئات}} \div \text{التكرار الأصلي}$$

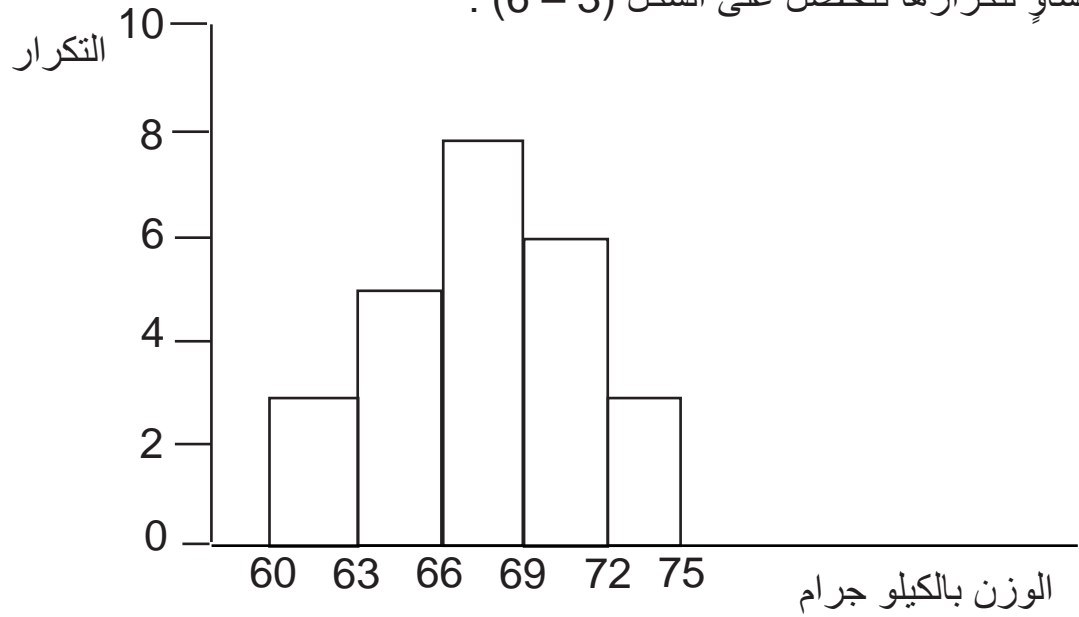
مثال (4-3) :

الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لأوزان 25 طالباً بالكيلوجرامات ، مثل هذا التوزيع باستخدام المدرج التكراري .

الوزن	60 إلى أقل من 63	63 إلى أقل من 66	66 إلى أقل من 69	69 إلى أقل من 72	72 إلى أقل من 75
عدد الطلبة	3	5	8	6	3

الحل :

نمثل حدود الفئات (الوزن) على المحور الأفقي ، ونمثل التكرارات (عدد الطلبة) على المحور الرأسي ، وذلك باستخدام مقياس رسم مناسب .
بما أن فئات الجدول متساوية الطول (الجدول منتظم) فنعبر عن كل فئة بمستطيل ارتفاعه مساوٍ لتكرارها فنحصل على الشكل (3 - 6) .



شكل (3-6)

مثال (3-5) :

مثّل جدول التوزيع التكراري التالي بيانياً مستخدماً المدرج التكراري :

التكرار	الفئة
12	10 إلى أقل من 30
20	30 إلى أقل من 40
33	40 إلى أقل من 50
17	50 إلى أقل من 60
6	60 إلى أقل من 75
88	المجموع

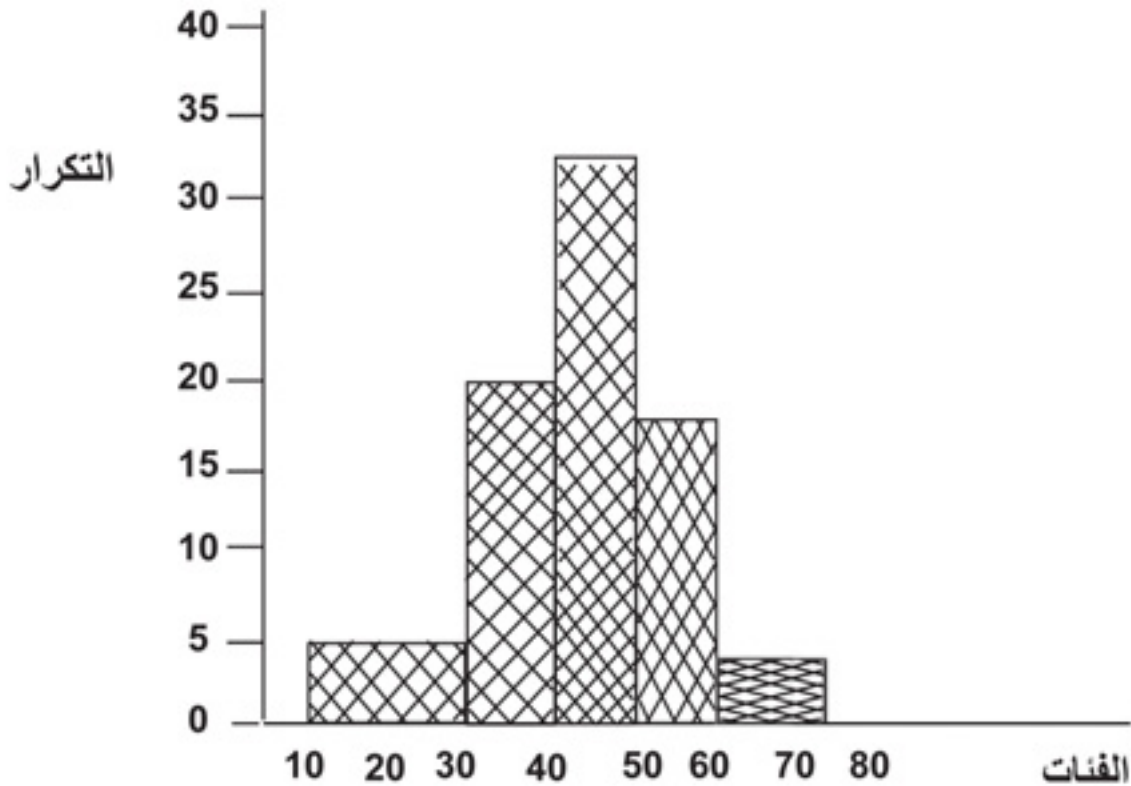
الحلّ :

نلاحظ أن هذا الجدول غير منتظم، أي أنّ فئاته غير متساوية الطول ، فيه الفئة الأولى والفئة الأخيرة يختلف طولهما عن بقية الفئات ، فالفئات الأخرى كلها متساوية الطول وطول كل منها يساوي 10، وهذا الطول هو الذي نعتبره الطول القياسي ، ويجب هنا قبل القيام برسم المدرج أن نحسب التكرار المعدل للفئتين الأولى والأخيرة ، وذلك كما يلي :

$$\text{التكرار المعدل للفئة الأولى} = (\frac{20}{10}) \div 12 = 6$$

$$\text{التكرار المعدل للفئة الأخيرة} = (\frac{15}{10}) \div 6 = 4$$

فتمثل الفئة الأولى بمستطيل ارتفاعه 6 والفئة الأخيرة بمستطيل ارتفاعه 4 ، وبالتالي ستكون مساحات المستطيلات متناسبة مع تكرارات الفئات التي تمثلها ، وشكل (3 - 7) يوضح المدرج التكراري المطلوب .



شكل (3-7)

وكما أشرنا سابقاً أن المدرج التكراري يستخدم كذلك في حالة التوزيعات التكرارية الخاصة بمتغيرات منفصلة ، وحيث إنّ المدرج عبارة عن مستطيلات متلاصقة ، لذلك يجب أن نتخلص من الفجوات الموجودة بين فئات جدول التوزيع التكراري الخاص ببيانات منفصلة قبل تمثيله بمدرج تكراري ، ويتم ذلك بتقسيم المسافة بين أي فئتين إلى قسمين متساويين ، قسم يضم إلى الفئة السابقة وقسم يضم إلى الفئة اللاحقة ، ويطلق على الحدود الجديدة بين الفئات الحدود الحقيقية ، وهي التي تستخدم عند رسم المدرج التكراري .

مثال (3-6) :

الجدول التكراري التالي يوضح توزيع درجات 60 طالباً في امتحان لمادة الإحصاء ، مثل هذا الجدول باستخدام المدرج التكراري .

الدرجات	19-5	34-20	49-35	64-50	79-65	المجموع
عدد الطلبة	7	10	20	18	5	60

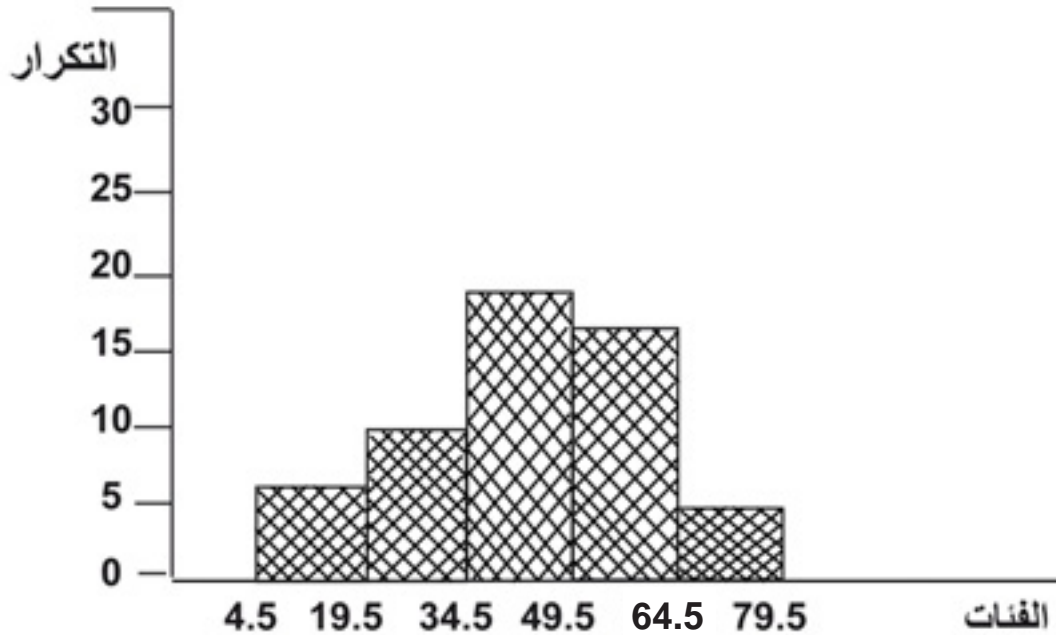
الحل :

حيث إن الجدول الذي نرغب في تمثيله هو جدول خاص ببيانات منفصلة ، لذلك يجب التخلص من الفجوات التي تفصل فئات الجدول وذلك بإيجاد الحدود الحقيقية لكل فئة . وللتخلص من المسافة بين الفئة الأولى والفئة الثانية ، نضم نصف المسافة إلى الفئة الأولى والنصف الآخر إلى الفئة الثانية ، وعندئذ ستنتهي الفئة الأولى عند القيمة 19.5 بدلاً من القيمة 19 ، وتبدأ الفئة الثانية من القيمة 19.5 بدلاً من القيمة 20 وبالتالي نكون قد تخلصنا من الفجوة الموجودة بين الفئة الأولى والفئة الثانية.

وبنفس الطريقة نستطيع التخلص من كل فجوات الجدول ونحصل على الحدود الحقيقية التي سنستخدمها عند رسم المدرج التكراري والموضحة في جدول (3-1) ، فمن هذا الجدول نستطيع تمثيل التوزيع التكراري للدرجات بالمدرج التكراري الموضح في شكل (3-8) .

جدول (3-1)

الدرجات	19.5-4.5	34.5-19.5	49.5-34.5	64.5-49.5	79.5-64.5
عدد الطلبة	7	10	20	18	5



شكل (8-3)

(4-3) المضلع التكراري :

المضلع التكراري هو خط منكسر يصل بين نقط تمثل كل نقطة منها فئة من فئات التوزيع ، حيث تكون إحداثي أي نقطة (X ، y) كما يلي :

X : مركز الفئة التي تمثلها النقطة .

y : تكرار هذه الفئة .

ويجب أن يغلق المضلع التكراري من طرفيه على المحور الأفقي ، ويتم ذلك بإضافة فئة قبل الفئة الأولى وفئة بعد الفئة الأخيرة وبالطبع سيكون تكرار كل منهما يساوي صفراً وبالتالي ستقع النقطتان الخاصتان بهاتين الفئتين على المحور الأفقي فتؤدي إلى غلق المضلع التكراري.

وعند رسم المضلع التكراري نقوم بالخطوات التالية :

- نرسم محورين متعامدين ، ونقوم بتدريج المحور الأفقي بطريقة تناسب فئات التوزيع وتدريج المحور الرأسي بطريقة تناسب التكرارات
- نضيف للجدول فئة سابقة للفئة الأولى ، وفئة لاحقة للفئة الأخيرة حيث تكرار كل منهما يساوي صفراً ، ثم نقوم بحساب مراكز كل الفئات .
- نمثل كل فئة بنقطة على الرسم البياني ، حيث الإحداثي السيني للنقطة هو مركز الفئة والإحداثي الصادي هو تكرار الفئة .
- نصل كل نقطتين متتاليتين بخط مستقيم فنحصل على خط منكسر ، هذا الخط المنكسر يطلق عليه المضلع التكراري .

مثال (7-3) :

مثّل التوزيع التكراري التالي بمضلع تكراري :

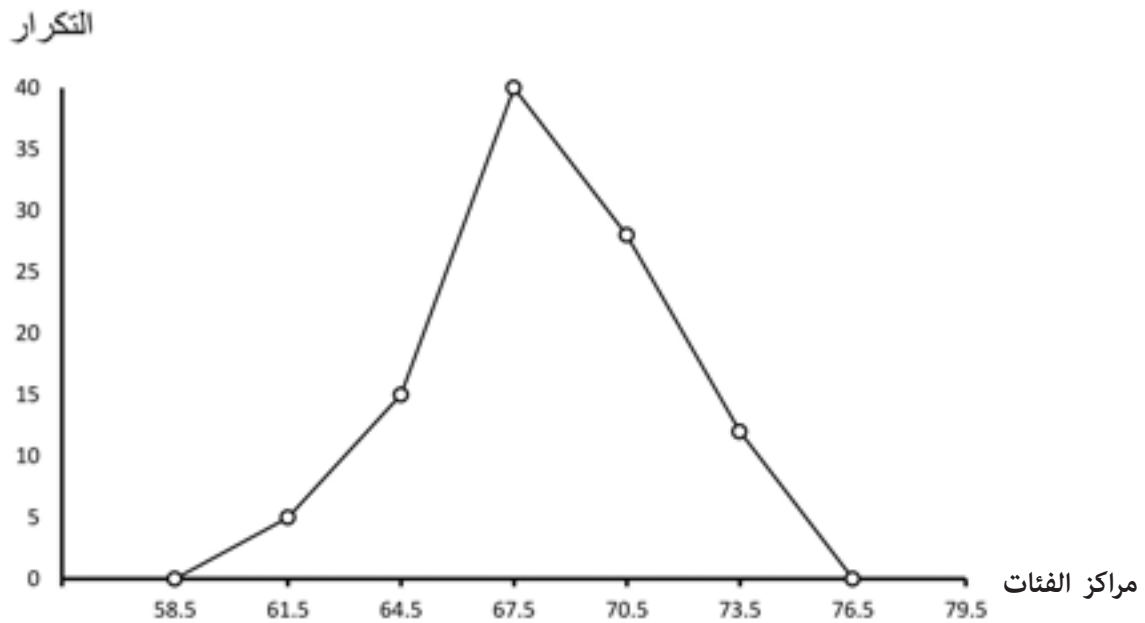
التكرار	الفئة
5	60 إلى أقل من 63
15	63 إلى أقل من 66
40	66 إلى أقل من 69
28	69 إلى أقل من 72
12	72 إلى أقل من 75

الحل :

لرسم المضلع التكراري نفترض وجود فئة قبل الفئة الأولى وفئة بعد الفئة الأخيرة ، وتكرار كلّ منها يساوي صفراً ونحدد مراكز الفئات ثم نحدد نقط المضلع ، وذلك كما هو موضح في جدول (3 - 2)، وبرسم هذه النقط على الرسم البياني والتوصيل بينها بخطوط مستقيمة نحصل على المضلع التكراري الموضح في الشكل (3 - 9) .

جدول (2-3)

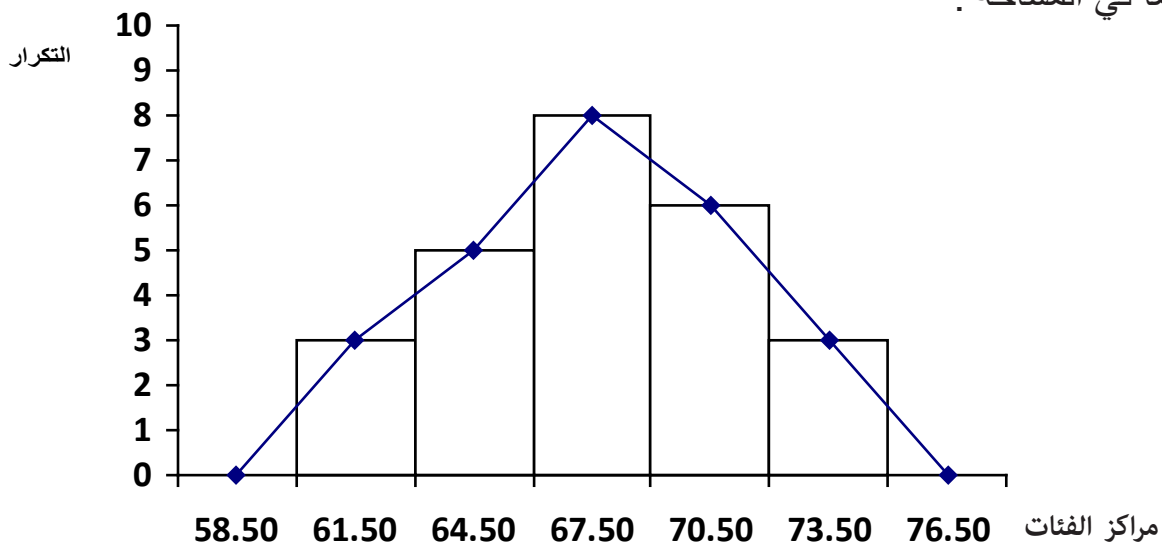
الفئة	مركز الفئة	التكرار	نقط المضلع
57 إلى أقل من 60	58.5	0	(0 ، 58.5)
60 إلى أقل من 63	61.5	5	(5 ، 61.5)
63 إلى أقل من 66	64.5	15	(15 ، 64.5)
66 إلى أقل من 69	67.5	40	(40 ، 67.5)
69 إلى أقل من 72	70.5	28	(28 ، 70.5)
72 إلى أقل من 75	73.5	12	(12 ، 73.5)
75 إلى أقل من 78	76.5	0	(0 ، 76.5)



شكل (9-3)

عندما يكون جدول التوزيع التكراري غير منتظم ، أي يحتوي على فئات طولها يختلف عن الفئات الأخرى ، فيجب قبل رسم المضلع التكراري إجراء تعديل للتكرارات مثل الذي أجريناه في حالة المدرج التكراري .

ونستطيع رسم المضلع التكراري اعتماداً على المدرج التكراري بتوصيل منتصفات القواعد العليا للمستطيلات المكونة للمدرج ، وذلك كما هو موضح في شكل (3 - 10) ، ومن هذا الشكل نستنتج أن المساحة الكلية تحت المضلع التكراري مساوية تماماً للمساحة الكلية تحت المدرج التكراري ؛ لأن المضلع يحذف من كل مستطيل مثلثاً ويضيف له مثلثاً آخر مساوياً له تماماً في المساحة .



شكل (10-3)

(5-3) المنحنى التكراري :

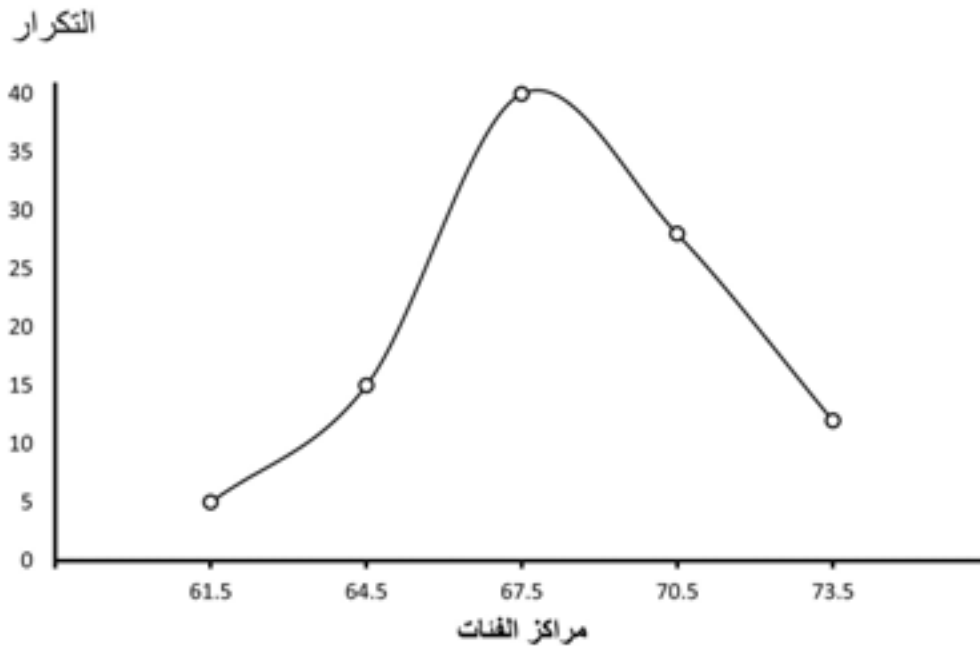
يرسم المنحنى التكراري باتباع الخطوات نفسها التي أجريناها في حالة المضلع التكراري والفرق بين الحالتين هو في طريقة توصيل النقاط التي تمثل الفئات ، ففي حالة المنحنى التكراري نصل بين النقاط بمنحنى ممهد مستمر بحيث يمر بأكبر عدد ممكن من النقاط ويمر من خلال الباقي بتوازن ، كذلك في حالة المنحنى التكراري لا نستعين بالفئتين: السابقة للأولى واللاحقة للأخيرة . وبسبب التقريب في الرسم وعدم التقيد بالنقط تماماً ، سنجد أن المساحة الواقعة تحت المنحنى والمحصورة بينه وبين المحور الأفقي غير مساوية للمساحة تحت المضلع وبالتالي لا تساوي المساحة تحت المدرج التكراري ، ويكون المنحنى التكراري ممهداً بطريقة جيدة عندما تكون النقاط التي تمثل الفئات قريبة من بعضها أي كلما زاد عدد الفئات وقل طولها .

مثال (8-3) :

مثّل الجدول التكراري المذكور في المثال (3 – 7) بيانياً باستخدام المنحنى التكراري .

الحلّ :

- نقوم بتعيين النقاط التي تمثل الفئات كما في حالة المضلع التكراري .
- نصل بين النقاط بمنحنى ، وذلك كما هو موضح بالشكل (3 – 11) .



شكل (3-11)

(6-3) المنحنى التكراري المتجمع (الصاعد أو الهابط) :

- لتمثيل جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد أو الهابط نجري الخطوات التالية :
 - نرسم محورين متعامدين ، نخصص المحور الأفقي كالمعتاد للفئات والمحور الرأسي للتكرارات مع مراعاة اختيار مقياس للرسم يتسع للتكرار الكلي وذلك لأن أكبر عدد في عمود التكرار المتجمع هو التكرار الكلي .
 - نمثل كل فئة في جدول التكرار المتجمع بنقطة في الرسم البياني ، بحيث يكون الإحداثي الأفقي لهذه النقطة يساوي الحد الأدنى للفئة، والإحداثي الرأسي لها هو التكرار المتجمع الخاص بهذه الفئة .
 - بعد تحديد النقط على الرسم نصل بينها بخط منحنى منتظم فنحصل على المنحنى المتجمع الصاعد في حالة التوزيع التكراري المتجمع الصاعد ، ونحصل على المنحنى الهابط في حالة التوزيع التكراري المتجمع الهابط ، والمثال التالي يوضح ذلك :

مثال (9-3) :

ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والمنحنى التكراري المتجمع الهابط للتوزيع التكراري التالي الذي يمثل أوزان 100 طالب بالكيلو جرامات .

الوزن (بالكيلو جرامات)	عدد الطلبة
60 إلى أقل من 63	5
63 إلى أقل من 66	15
66 إلى أقل من 69	40
69 إلى أقل من 72	28
72 إلى أقل من 75	12
المجموع	100

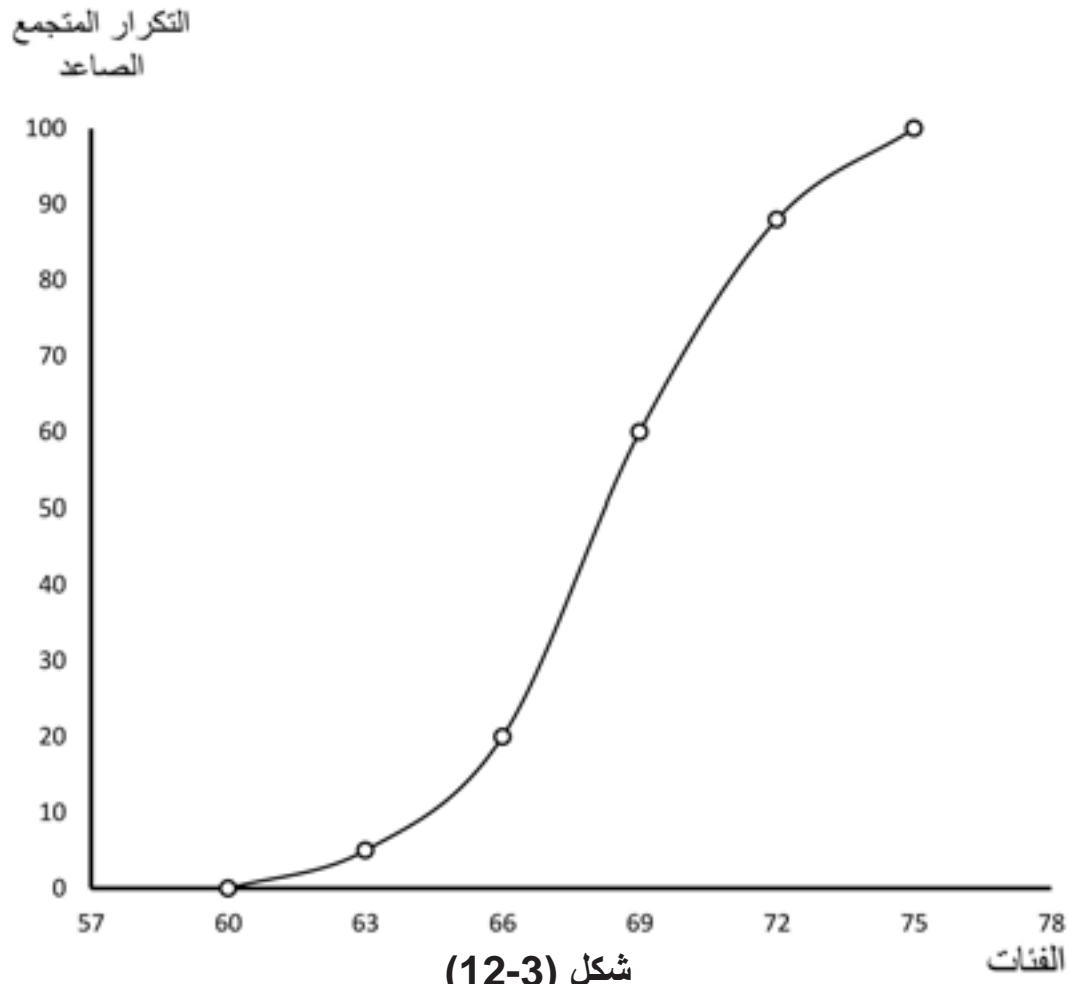
الحل :

نكون جدول التكرار المتجمع الصاعد والموضح في جدول (3 - 3) ، ثم نقوم برصد النقط على الرسم ، حيث إحداثي النقطة الأولى (60 ، 0)، وإحداثي النقطة الثانية (63 ، 5) وهكذا ونصل بين النقط بمنحنى فنحصل على المنحنى التكراري المتجمع الصاعد الموضح في شكل (3 - 12) .

ونكوّن جدول التكرار المتجمع الهابط الموضح في جدول (3 - 4) ، ثم نقوم برصد النقط على الرسم ، حيث إحداثي النقطة الأولى (60 ، 100)، وإحداثي النقطة الثانية (63 ، 95)، وهكذا ونصل بين النقط بمنحنى فنحصل على المنحنى التكراري المتجمع الهابط الموضح في شكل (3 - 13)

جدول (3-3)

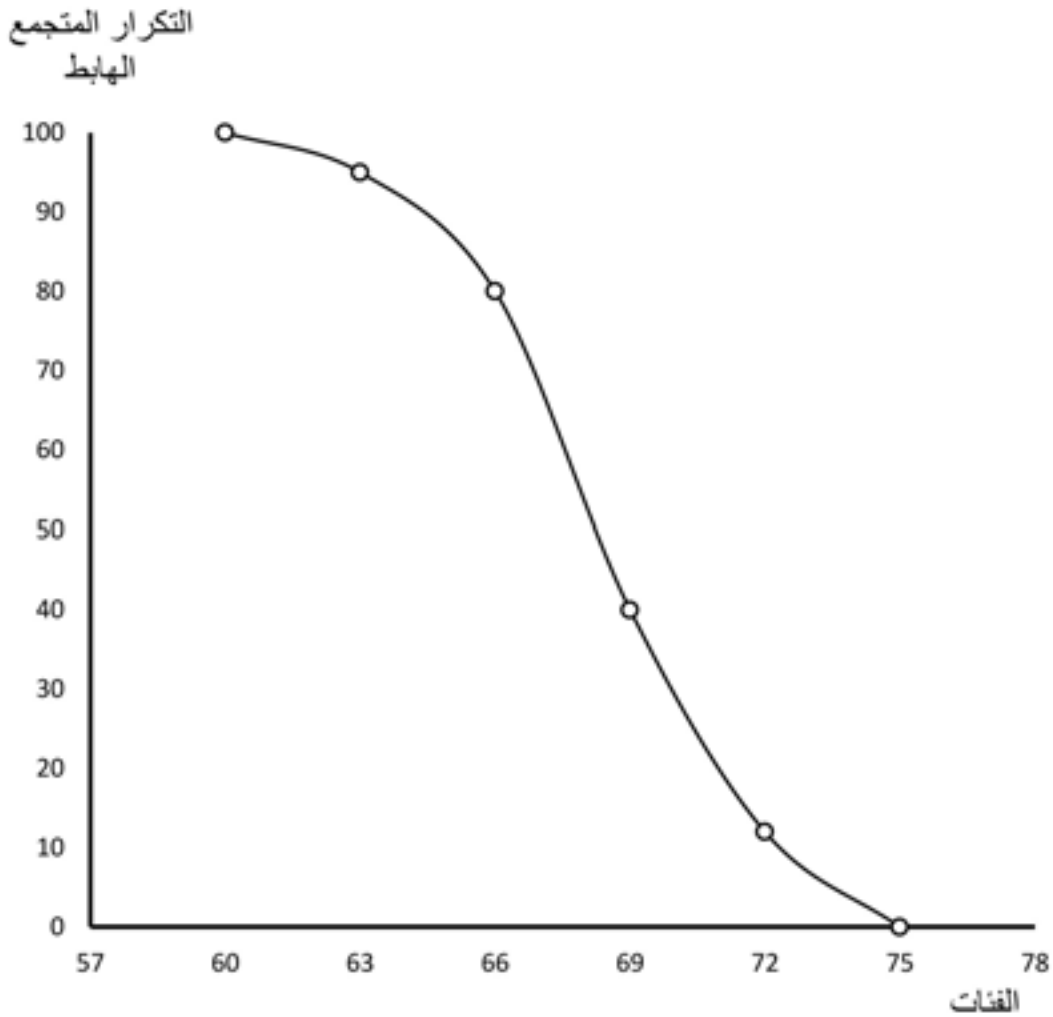
التكرار	الفئة
0	أقل من 60
5	أقل من 63
20	أقل من 66
60	أقل من 69
88	أقل من 72
100	أقل من 75



شكل (3-12)

جدول (4-3)

المتكرر المتجمع الهابط	الفئة
100	60 أو أكثر
95	63 أو أكثر
80	66 أو أكثر
40	69 أو أكثر
12	72 أو أكثر
0	75 أو أكثر



شكل (13-3)

مع أن المنحنيين المتجمعين يختلفان عن بعضهما من ناحية الشكل إلا أنهما يخدمان نفس الغرض ، فباستخدام المنحنى التكراري المتجمع الصاعد نستطيع معرفة عدد المفردات التي أقل من قيمة معينة ، وبطرح هذا العدد من العدد الكلي للمفردات نحصل على عدد المفردات

التي أكبر من أو تساوي هذه القيمة وهو العدد الذي نحصل عليه عند استخدام المنحنى التكراري المتجمع الهابط .

وإذا رسمنا هذين المنحنيين في نفس الشكل سنجد أنهما سيلتقيان عند نقطة واحدة فقط وهي القيمة التي يكون عدد المفردات التي أقل منها يساوي عدد المفردات التي أكبر منها أي عندما يتساوى التكرار المتجمع الصاعد مع التكرار المتجمع الهابط ويساوي كل منهما 50% من العدد الكلي للمفردات ، وبالتالي فنقطة التقاطع تعطي لنا القيمة الوسطى في البيانات أو ما يسمى بالوسيط .

مثال (3-9) :

الجدول التالي يوضح أوزان 100 قطعة منتجة بالجرامات :

الوزن	عدد القطع
20 إلى أقل من 25	6
25 إلى أقل من 30	14
30 إلى أقل من 35	43
35 إلى أقل من 40	32
40 إلى أقل من 45	5

ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد للأوزان ، ومن الرسم أوجد :

- عدد القطع التي أوزانها من 24 إلى أقل من 32 .

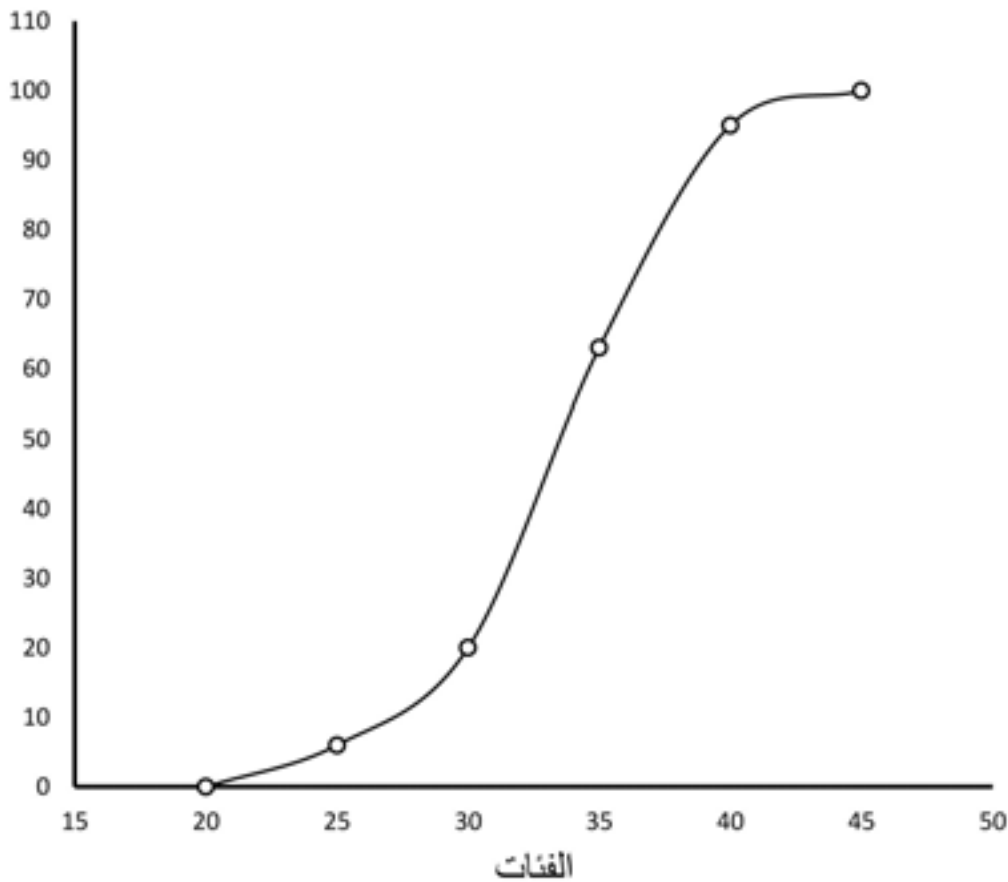
الحل :

نكوّن جدول التكرار المتجمع الصاعد للأوزان والموضح في جدول (3 - 5) ، ثم نقوم برصد النقط التي تمثل الفئات ونصل بينها بمنحنى فنحصل على المنحنى التكراري المتجمع الصاعد

الموضح في شكل (3 - 14) . جدول (3-5)

الفئة	التكرار
أقل من 20	0
أقل من 25	6
أقل من 30	20
أقل من 35	63
أقل من 40	95
أقل من 45	100

التكرار المتجمع
الصاعد



شكل (3-14)

- نستطيع الحصول على عدد القطع التي أوزانها تتراوح من 24 جراماً إلى أقل من 32 جراماً من المنحنى التكراري المتجمع الصاعد ، وذلك برسم خط عمودي على المحور الأفقي عند الوزن 24 ونمده إلى أن يلتقي بالمنحنى التكراري المتجمع الصاعد ثم نرسم من نقطة الالتقاء خطاً أفقياً عمودياً على المحور الرأسي ، والنقطة التي يلتقي فيها هذا الخط مع المحور الرأسي تمثل عدد القطع التي أوزانها أقل من 24 ، ومن شكل (3 - 14) نجد أن هذه النقطة هي القيمة 5 تقريباً ، ويعنى ذلك أنه توجد 5 قطع أوزانها أقل من 24 جراماً . وبنفس الطريقة نجد أن هناك 35 قطعة تقريباً أوزانها أقل من 32 جراماً ، وبالتالي فإن عدد القطع التي أوزانها تتراوح من 24 إلى أقل من 32 يساوي عدد القطع التي أوزانها أقل من 32 مطروحاً منه عدد القطع التي أوزانها أقل من 24 . أي أن :

عدد القطع التي تتراوح أوزانها بين 24 جراماً إلى أقل من 32 جراماً هو :

$$35 - 5 = 30 \text{ قطعة}$$

- نستطيع إيجاد القيمة الوسطى للبيانات من شكل (3-14)، فهي القيمة التي أقل منها 50 % من القيم ، وحيث إن التكرار الكلي يساوي 100 ، إذن 50 % من القطع يعنى 50 قطعة $100 \times \frac{50}{100}$ ، وبالتالي فإن القيمة الوسطى للبيانات هي عبارة عن الوزن الذي تزن 50 قطعة أقل منه .

أي أن: أقل من القيمة الوسطى 50 قطعة.
 أي أن: التكرار المتجمع الصاعد للقيمة الوسطى في هذه الحالة يساوي 50 ، فبرسم خط يوازي المحور الأفقي من القيمة 50 ونمده إلى أن يلتقي مع المنحنى التكراري المتجمع الصاعد ثم من نقطة الالتقاء نسقط خطاً عمودياً على المحور الأفقي فنحصل على القيمة الوسطى للبيانات والتي في شكل (3-14) نجدها تساوي تقريباً 34 جراماً . وهذا يعنى أن 50 قطعة أوزانها أقل من 34 جراماً .

تمارين (3)

1- الجدول التالي يبين قيمة الصادرات موزعة حسب المناطق الجغرافية لسنة 1981 وفقاً لنشرات اتجاهات التجارة الخارجية التي تعدها مصلحة الإحصاء والتعداد .

البلدان	القيمة بالدنانير الليبية (لأقرب مليون)
بلدان أوربية	2796
بلدان أفريقية	1430
بلدان أسيوية	341
أقطار الجامعة العربية وبلدان أخرى	44

مثّل البيانات السابقة :

- باستخدام القطاعات الدائرية .
- باستخدام الأعمدة البيانية .

2- البيانات التالية توضح إنتاج البطاطس والبصل الجاف والطماطم في ليبيا بآلاف الأطنان لسنة 1991 م، وذلك وفقاً للمجموعة الإحصائية لدول الوطن العربي الصادرة عن جامعة الدول العربية عام 1994م .

المحصول	الإنتاج
البطاطس	180
البصل الجاف	147
الطماطم	167

المطلوب تمثيل هذه البيانات باستخدام قطاعات دائرية .

3- فيما يلي قيمة الصادرات والواردات بملايين الدنانير للسنوات من 1978م إلى 1981م:

السنة	الواردات	الصادرات
1978	1363	2933
1979	1572	4762
1980	2006	6489
1981	2481	4611

مثّل البيانات السابقة باستخدام الأعمدة البيانية ، مع توضيح الواردات والصادرات باستخدام :
أ - الأعمدة البيانية المجزأة .

ب - الأعمدة البيانية المتلاصقة .

4- البيانات التالية توضح إجمالي قيمة الصادرات والواردات الليبية إلى ومن الدول العربية بملايين الدولارات الأمريكية، للسنوات من 88 إلى 91 وذلك وفقاً للمجموعة الإحصائية الصادرة عن جامعة الدول العربية عام 1994 :

السنة	الصادرات	الواردات
1988	99	193
1989	111	184
1990	460	334
1991	421	465

قارن بين الصادرات والواردات في هذه السنوات باستخدام الأعمدة البيانية المتلاصقة .

5- الجدول التالي يمثل أطوال 100 طالبٍ بالسنتيمتر :

الطول	140 إلى أقل من 150	150 إلى أقل من 160	160 إلى أقل من 170	170 إلى أقل من 180
عدد الطلبة	8	27	45	20

أ - مثّل التوزيع بمدرج تكراري .

ب - مثّل التوزيع بمضلع تكراري .

ج - مثّل التوزيع بمنحنى تكراري .

د - كوّن جدول التكرار المتجمع الصاعد ومثّله بيانياً .

6- البيانات التالية توضح توزيع الموظفين على حسب دخلهم الشهري ، وذلك بالنسبة لعدد 70 موظفاً يعملون في إحدى المؤسسات :

فئة الدخل	عدد الموظفين
130 إلى أقل من 150	7
150 إلى أقل من 170	8
170 إلى أقل من 190	13
190 إلى أقل من 210	18
210 إلى أقل من 230	15
230 إلى أقل من 250	9

أ - ارسم المدرج التكراري ، ثم ارسم على نفس الرسم المضلع التكراري .

ب - ارسم المنحنى التكراري .

ج - ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد واحسب من الرسم القيمة الوسطى للرواتب

، وعدد الموظفين الذين رواتبهم من 175 إلى أقل من 200 .

7- فيما يلي الكمية المستهلكة من الدقيق بالكيلوجرامات بالنسبة لمائة وعشرين مصنع حلويات

في مدينة ما :

الكمية المستهلكة (الفئات)	عدد المصانع (التكرار)
20 إلى أقل من 30	5
30 إلى أقل من 40	15
40 إلى أقل من 50	27
50 إلى أقل من 60	33
60 إلى أقل من 70	22
70 إلى أقل من 80	18
المجموع	120

أ - ارسم المدرج التكراري .

ب - ارسم المضلع التكراري باستخدام المدرج التكراري .

ج - ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد ومن الرسم أوجد عدد المصانع التي تستهلك

أقل من 55 كيلو جراماً .

د - أوجد القيمة الوسطى للكمية المستهلكة من الدقيق يومياً .

8- الجدول التالي يوضح درجات 110 طلاب في مادة الإحصاء :

الدرجة	19-0	39-20	59-40	79-60	99-80
عدد الطلبة	5	25	35	40	5

- أ - كَوّن جدول التكرار المتجمع الصاعد ، ومثّله بيانياً .
- ب - كَوّن جدول التكرار المتجمع الهابط ، ومثّله بيانياً على نفس الرسم المتحصل عليه في (أ) ثم أوجد القيمة الوسطى من الرسم .
- 9- فيما يلي جدول التكرار المتجمع الصاعد لأعمار 65 مدرساً من مدرسي المرحلة الابتدائية في مدينة ما :

الأعمار (الفئات)	عدد المدرسين (التكرار المتجمع)
أقل من 25	0
أقل من 35	21
أقل من 45	38
أقل من 55	53
أقل من 65	63
أقل من 75	65

- كَوّن جدول التوزيع التكراري الأصلي لهذه البيانات ، ثم ارسم المدرج التكراري .
- 10- فيما يلي جدول التكرار المتجمع الهابط لأوزان 150 طالباً في المرحلة الثانوية :

الأوزان بالكيلو جرام (الفئات)	عدد الطلبة (التكرار المتجمع)
45 أو أكثر	150
50 أو أكثر	130
55 أو أكثر	94
60 أو أكثر	40
65 أو أكثر	15
70 أو أكثر	0

- كَوّن جدول التوزيع التكراري الأصلي لهذه البيانات ، ثم ارسم المضلع التكراري .