الفصل الرابع

مقاييس النزعة المركزية " المتوسطات "

الفكرة الأساسية التي تعتمد عليها مقاييس النزعة المركزية هي تمثيل مجموعة كبيرة من البيانات بقيمة واحدة ، وهذه القيمة عادة تكون في وسط البيانات أي في مركزها وهي القيمة التي تميل إليها بقية القيم وتتجمع حولها ، وبالتالي سميت هذه الخاصية التي تتمتع بها معظم البيانات بخاصية النزعة المركزية ، وأطلق على المقاييس التي تقيس هذه القيمة المتوسطة التي يحصل حولها التجمع، مقاييس النزعة المركزية أو المتوسطات .
وتؤخذ قيمة المتوسط كممثل للمجموعة كلها ، على أساس أنها قيمة غير متطرفة بل هي قيمة تتجمع حولها أغلبية القيم ، وبالتالي هي أولى من غيرها في تمثيل البيانات . ومعرفة القيمة الوسطى للبيانات تفيدنا في دراسة خصائص التوزيع التكراري والمقارنة بين التوزيعات التكرارية المختلفة لنفس الظاهرة ، ومن أهم المتوسطات التي سنتعرض لدراستها ما يلي :

- **الوسط الحسابي (المتوسط الحسابي) .**
- **الوسيط .**
- **المنوال .**

(4 – 1) الوسط الحسابي :

يعرف الوسط الحسابي بأنه القيمة التي تمثل مركز ثقل البيانات أي نقطة الارتكاز التي يحصل عندها التوازن ، فإذا كان لدينا مجموعة من البيانات ومثلناها بأثقال متساوية الوزن على لوح مدرج ، فسنجد أن هذا اللوح سيتزن إذا علق أو ثبت من مركز ثقله ومركز الثقل هذا هو الذي يمثل قيمة الوسط الحسابي لهذه القيم ، ويحسب الوسط الحسابي لأي مجموعة من القيم بجمع هذه القيم ثم قسمة المجموع على عددها .

$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

ويطلق كذلك على الوسط الحسابي مصطلح المتوسط الحسابي ، وسنرمز لمتوسط العينة بالرمز $\overline{X}$ ، ونرمز لمتوسط المجتمع بالرمز μ .

وسنتعرض فيما يلي لكيفية تطبيق صيغة الوسط الحسابي في حالةالبيانات غير المبوبة أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية ، وفي حالة البيانات المبوبة أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية .

1 – ةةةة ةةةةة ةةةةةةة ةة ةةةة ةةةةةةةة ةةة ةةةةةةة :

إذا رمزنا للمتغير محل الدراسة بالرمز (X)، وللقيم المشاهدة لهذا المتغير بالرموز التالية :
$X_1 , X_2 , X_3 , \ldots ,x_n$

حيث n يرمز إلى عدد القيم المشاهدة ، فنحسب الوسط الحسابي ($\overline{X}$) كما يلي :

$$\boxed{\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + \cdot\cdot\cdot + x_n}{n}}$$

وإذا عبرنا عن عملية الجمع باستخدام الرمز ($\sum$) للدلالة على مجموع القيم المشاهدة ، فإننا نستطيع كتابة صيغة قانون الوسط الحسابي في حالة البيانات غير المبوبة كما يلي :

$$\boxed{\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}}$$

ةةةة (1-4) :

البيانات التالية تمثل درجات 6 في مادة الإحصاء ، (4 ، 6 ، 3 ، 7 ، 9 ، 1)، احسب الوسط الحسابي لهذه الدرجات .

ةةةة :

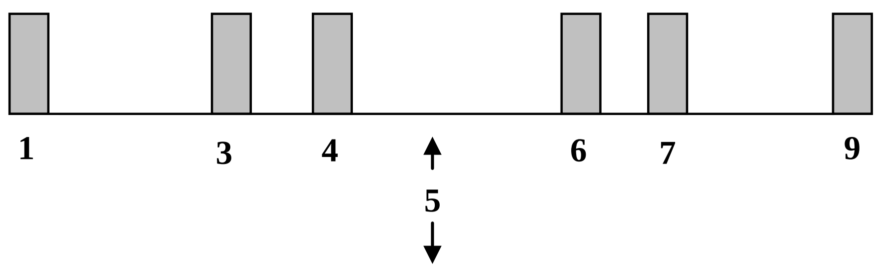
المتغير محل الدراسة في هذا المثال هو درجة الإحصاء ، وسنرمز له بالرمز X، والقيم المشاهدة التي تمثل درجات 6 طلبة سنرمز لها كما يلي :

$X_1 = 4$ ، $X_2 = 6$ ، $X_3 = 3$ وهكذا إلى ... $X_6 = 1$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$= \frac{4+6+3+7+9+1}{6} = 5$$

وهذا يعني أن مركز الثقل أي: نقطة الارتكاز التي يحصل عندها التوازن هي الدرجة 5 ، وذلك كما هو مبيّن في شكل (4 – 1) .



الوسط الحسابي (مركز الثقل)

شكل (4 – 1)

مثال (2-4) :

البيانات التالية توضح قيمة الواردات (بملايين الدنانير الليبية) لأحد الموانى في السنوات من 1976 إلى 1980 وذلك وفقاً للنشرات الصادرة عن مصلحة الإحصاء والتعداد .

السنوات	1976	1977	1978	1979	1980
قيمة الواردات	381	272	293	333	391

احسب الوسط الحسابي لقيمة واردات هذا الميناء في هذه السنوات الخمس .

الحلّ :

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$= \frac{381+272+293+333+391}{5} = \frac{1670}{5} = 334$$

2 – حساب الوسط الحسابي للبيانات المبوبة :

أ – إذا كانت البيانات مبوبة في جدول توزيع تكراري بحيث تمثل كل فئة من فئات الجدول قيمة واحدة فقط ، ففي هذه الحالة لكي نحسب الوسط الحسابي نجرى الخطوات التالية :

• نحسب المجموع الكلي للقيم التابعة لكل فئة بضرب القيمة x_i التي تمثلها الفئة في تكرار الفئة f_i ، أي نحسب ($x_i f_i$) لكل الفئات .

• نحسب المجموع الكلي لجميع القيم وذلك بجمع المجاميع الخاصة بكل الفئات والتي تحصلنا عليها في الخطوة السابقة، أي نحسب :

($\sum_{i=1}^{k} x_i f_i$) ، حيث k = عدد الفترات (أو عدد القيم المختلفة).

• نحسب العدد الكلي للقيم المشاهدة وهو بالطبع يساوي المجموع الكلي للتكرارات ($\sum_{i=1}^{k} f_i$) .

• نحسب الوسط الحسابي بقسمة المجموع الكلي للقيم ($\sum_{i=1}^{k} x_i f_i$) على العدد الكلي للقيم ($\sum_{i=1}^{k} f_i$) .

ب– إذا كانت البيانات مبوبة في جدول تكراري بحيث كل فئة من فئات الجدول تمثل أكثر من قيمة واحدة ، ففي هذه الحالة لا نستطيع معرفة القيم المشاهدة التابعة لكل فئة ، والذي نعرفه هو عددها فقط والمتمثل في تكرار الفئة ، ولحساب المجموع الكلي للقيم التابعة لكل فئة سنفترض أن القيم المشاهدة موزعة حول مركز الفئة داخل كل فئة من فئات الجدول توزيعاً عادلاً ، وبالتالي تكون قيمة مركز الفئة هي القيمة الافتراضية لجميع القيم داخل الفئة ، ولكي نحسب الوسط الحسابي في هذه الحالة نجري الخطوات التالية :

• نحسب مركز كل فئة ونرمز للمركز بالرمز x_i .

• نحسب المجموع الكلي للقيم التابعة لكل فئة بضرب القيمة x_i (حيث x_i مركزالفئة) في تكرار الفئة f_i اي نحسب ($x_i f_i$) لكل الفئات.

• نحسب المجموع الكلي لجميع القيم وذلك بجمع المجاميع الخاصة بكل الفئات والتي تحصلنا عليها في الخطوة السابقة، أي نحسب ($\sum_{i=1}^{k} x_i f_i$) .

• نحسب العدد الكلي للقيم المشاهدة وهو بالطبع يساوي المجموع الكلي للتكرارات ($\sum_{i=1}^{k} f_i$) .

• نحسب المتوسط الحسابي بقسمة المجموع الكلي للقيم ($\sum_{i=1}^{k} x_i f_i$) على العدد الكلي للقيم ($\sum_{i=1}^{k} f_i$) .

وهكذا تكون صيغة المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة كما يلي :

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

حيث :

x : القيمة التي تمثلها الفئة (عندما الفئة تمثل قيمة واحدة فقط) ،وهي عبارة عن مركز الفئة (عندما الفئة تمثل أكثر من قيمة واحدة)

f : تكرار الفئة .

مثال (4-3) :

تمثل البيانات المنفصلة الموضحة في الجدول التكراري التالي توزيع الفصول على حسب عدد الطلبة في مدرسة ابتدائية بها 20 فصلاً ، فما هو الوسط الحسابي لعدد طلبة الفصل في هذه المدرسة؟

عدد طلبة الفصل	30	31	32	33	34	35
عدد الفصول	1	2	4	5	6	2

الحلّ :

بما أن كل فئة في هذا الجدول التكراري تمثل قيمة واحدة فقط فستكون x هي عبارة عن القيمة المذكورة في الفئة ، وسنجري الخطوات اللازمة للحصول على الوسط الحسابي والموضحة في جدول (4 – 1) :

جدول (4-1)

عدد طلبة الفصل (x_i)	عدد الفصول (f_i)	$x_i f_i$
30	1	30
31	2	62
32	4	128
33	5	165
34	6	204
35	2	70
المجموع	20	659

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{659}{20} = 32.95$$

مثال (4-4) :

تمثل البيانات الموضحة في الجدول التكراري التالي درجات 50 طالباً :

الدرجة	عدد الطلبة
39 – 30	4
49 – 40	6
59 – 50	8
69 – 60	12
79 – 70	9
89 – 80	7
99 - 90	4

احسب الوسط الحسابي لهذه الدرجات .

الحلّ :

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

بما أن كل فئة في هذا الجدول التكراري تمثل أكثر من قيمة فستكون x_i عبارة عن مركز الفئة ، وسنجري الخطوات اللازمة للحصول على الوسط الحسابي والموضحة في جدول (4 – 2)

جدول (4-2)

الدرجة	عدد الطلبة (f_i)	مراكز الفئات (x_i)	$x_i f_i$
30 – 39	4	34.5	138.0
40 – 49	6	44.5	267.0
50 – 59	8	54.5	436.0
60 – 69	12	64.5	774.0
70 – 79	9	74.5	670.5
80 – 89	7	84.5	591.5
90 - 99	4	94.5	378.0
المجموع	50		3255.0

$$\overline{x} = \frac{3255}{50} = 65.1$$ درجـــة

مثال (4-5) :

احسب الوسط الحسابي للبيانات التالية التي تمثل أوزان 210 قطع منتجة .

الوزن (بالجرام)	عدد القطع
50 إلى أقل من 54	10
54 إلى أقل من 58	30
58 إلى أقل من 62	90
62 إلى أقل من 66	60
66 إلى أقل من 70	20

الحلّ :

الوسط الحسابي هو =
$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

وجدول (4 – 3) يوضح الحسابات اللازمة للحصول على الوسط الحسابي .

جدول (4-3)

الوزن (بالجرام)	عدد القطع (f_i)	مراكز الفئات (x_i)	$x_i f_i$
50 إلى أقل من 54	10	52	520
54 إلى أقل من 58	30	56	1680
58 إلى أقل من 62	90	60	5400
62 إلى أقل من 66	60	64	3840
66 إلى أقل من 70	20	68	1360
المجموع	210		12800

الوسط الحسابي هو :

$$\overline{X} = \frac{12800}{210} = 60.95$$ جرام

خواص الوسط الحسابي :

1- أهم مقاييس النزعة المركزية وأكثرها استعمالاً نظراً لسهولة حسابه وإمكانية التعامل معه رياضياً ، ولذلك له أهمية قصوى في التحليل الإحصائي إذ إنه يدخل في حساب كثير من المقاييس الأخرى.

2- يأخذ بعين الاعتبار جميع القيم المشاهدة ، ونستطيع أن نحصل على مجموع القيم المشاهدة إذا عرفنا قيمة الوسط الحسابي كما يلي :

مجموع القيم = الوسط الحسابي × عدد القيم

3- الوسط الحسابي هو قيمة نظرية وليس بالضروري أن تكون واحدة من القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير محل الدراسة ، ففي المثال (4 – 3) وجدنا أن الوسط الحسابي لعدد الطلبة في الفصل يساوي 32.95 ، وهذه القيمة لا يمكن أن يأخذها المتغير محل الدراسة وهو عدد الطلبة في الفصل .

4- يتأثر بوجود قيم متطرفة في البيانات وينحاز لها ، فمثلاً إذا تبرع خمسة عشر فرداً لعمل خيري بالمبالغ التالية :

10 ، 20 ، 18 ، 10 ، 10 ، 20 ، 12 ، 15 ، 15 ، 20 ، 15 ، 15 ، 10 ، 10 ، 1000

الوسط الحسابي = $\frac{1200}{15}$ = 80 ديناراً

نـلاحظ أن الوسط الحسابي للتبرعات كبير ولا يمثل ما دفعه معظم الأفراد ، فهنا انحاز الوسط الحسابي للقيمة المتطرفة 1000، وبالتالي يعدُّ الوسط الحسابي في هذه الحالة مقياساً مضللاً . ولكن لو استبعدنا القيمة المتطرفة فسنلاحظ أن الوسط الحسابي سيكون واقعياً .

5- لا يمكن حسابه في حالة البيانات النوعية (الوصفية) .

6- لا يمكن إيجاده من الرسم (أي بيانياً) .

7- لا يمكن حسابه في حالة جداول التوزيعات التكرارية المفتوحة ؛ لأننا لا نستطيع حساب مراكز الفئات المفتوحة .

8- مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفراً ، حيث انحراف القيمة عن الوسط الحسابي المقصود به القيمة مطروحاً منها الوسط الحسابي ، وبالتالي فهذه الخاصية تعني أن:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=0$$

فمثلا : إذا كانت لدينا البيانات التالية 6 ، 8 ، 5 ، 11 ، 10

الوسط الحسابي لهذه البيانات هو: $\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}$

$$\frac{6+8+5+11+10}{5}=8$$

فسنجد أن مجموع انحرافات هذه القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفراً ، كما هو مبين فيما يلي :

الانحرافات $(x_i - \bar{x})$	القيمة (x_i)
6 – 8 = -2	6
8 – 8 = 0	8
5 – 8 = -3	5
11– 8 = 3	11
10 – 8 =2	10
صفر	المجموع

9- مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي أقل ما يمكن ، أي أن :

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = \text{نهاية صغرى}$$

ويعني ذلك أنه لو اخترنا أي قيمة أخرى سواء أكانت أقل أو أكبر من الوسط الحسابي ، فسنجد أن مجموع مربعات انحرافات القيم عن هذه القيمة دائماً أكبر من مجموع مربعات انحرافات القيم عن الوسط الحسابي .

فمثلاً : نستطيع حساب مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي بالنسبة للبيانات المذكورة في المثال السابق في الخاصية (9) ، وذلك كما يلي:

مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي $(x_i - 8)^2$	انحرافات القيم عن الوسط الحسابي $(x_i - 8)$	القيمة (x_i)
4	2-	6
0	0	8
9	3-	5
9	3	11
4	2	10
26		المجموع

وهذا يعني أن أقل قيمة يمكن أن يأخذها مجموع مربعات الانحرافات هو القيمة 26 ، ولو حسبنا مجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن أي قيمة أخرى أكبر أو أقل من الوسط الحسابي (8) فسنجد أن مجموع مربعات الانحرافات دائماً أكبر من 26 ، فمثلاً لو حسبنا مجموع مربعات انحرافات القيم عن القيمة 9 وعن القيمة 7.5

فسنحصل على ما يلي :

$(x_i - 7.5)^2$	$(x_i - 9)^2$	القيمة (x_i)
2.25	9	6
0.25	1	8
6.25	16	5
12.25	4	11
6.25	1	10
27.25	31	المجموع

ونلاحظ أن 31 أكبر من 26 ، وكذلك 27.25 أكبر من 26 .

(2-4) الوسط الحسابي المرجح :

إذا كانت القيم المشاهدة ليس لها نفس الأهمية أو الوزن ، فعندئذ لحساب الوسط الحسابي يجب ألا نعامل جميع القيم نفس المعاملة بل نكرر كل قيمة عدداً من المرات حسب أهميتها أو وزنها أي: نرجح كل قيمة بوزنها، وعليه يطلق على الوسط الحسابي في هذه الحالة الوسط الحسابي المرجح ويرمز له بالرمز (w) .

فإذا فرضنا أن لدينا القيم التالية :

$$X_1 , X_2 , \ldots\ldots X_n$$

وكانت أهمية كل قيمة متناسبة مع الأوزان التالية :

$$w_1 , w_2 , \ldots\ldots , w_n$$

فإن الوسط الحسابي المرجح يحسب بالصيغة التالية :

$$\text{الوسط الحسابي المرجح} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

ونلاحظ أن صيغة الوسط الحسابي المرجح مماثلة لصيغة الوسط الحسابي في حالة البيانات المبوبة في جدول تكراري ؛لأنّ التكرار يعبر عن وزن أو أهمية القيمة .
كذلك إذا كان لدينا مجموعات من البيانات ، وكانت هذه المجموعات تحتوى على أعداد مختلفة من القيم المشاهدة ، وعلمنا الوسط الحسابي لكل مجموعة ، فلكي نحصل على الوسط الحسابي العام لكل المجموعات لو دمجت معا ، يجب أن نجعل عدد القيم المشاهدة في كل مجموعة يمثل وزنها، أو أهميتها، وبالتالي يحسب الوسط الحسابي العام لكل المجموعات لو دُمجت معا كما يلي :

الوسط الحسابي للمجموعات : $\overline{X}_1 , \overline{X}_2 , \quad .... \overline{X}_n$
عدد مفردات المجموعات (الوزن): $n_1 , n_2 , \quad .... n_k$

فإن الوسط الحسابي العام للمجموعات (الوسط المرجح) هو :

$$W = \frac{n_1\overline{X}_1 + n_2\overline{X}_2 + \;....\; n_k\overline{X}_k}{n_1 + n_2 \;+\; ....\; n_k} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i\, n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

مثال (6-4) :

إذا كان لدينا 3 سلع ، وكان سعر الوحدة من السلعة الأولى 26 دينارا وسعر الوحدة من السلعة الثانية 20 دينارا وسعر الوحدة من السلعة الثالثة 6 دنانير ، فإذا كانت أهمية السلعة الثانية ضعف أهمية السلعة الأولى وكانت أهمية السلعة الثالثة خمسة أمثال أهمية السلعة الأولى ، فاحسب الوسط الحسابي لسعر الوحدة من السلع الثلاثة .

الحل :

بما أن الأهمية تختلف من سلعة إلى أخرى ، فيجب حساب الوسط الحسابي المرجح وذلك كما يلي :

	السلعة الأولى	السلعة الثانية	السلعة الثالثة
سعر الوحدة (X)	26	20	6
الأهمية (W)	1	2	5

وبتطبيق الصيغة التالية للوسط الحسابي المرجح نحصل على :

$$w = \frac{(26\times1)+(20\times2)+(6\times5)}{1+2+5} = 12$$ دينار

مثال (4-7) :

شركتان الأولى بها 40 موظفاً وكان الوسط الحسابي لأعمارهم 48 سنة ، والثانية بها 60 موظفاً وكان الوسط الحسابي لأعمارهم 43 سنة ، فإذا انضمت الشركتان معا ، فما الوسط الحسابي العام لأعمار الموظفين في الشركة الجديدة الناتجة عن انضمام الشركتين؟

الحل :

	الشركة الأولى	الشركة الثانية
الوسط الحسابي للأعمار($\bar{x}_i$) :	48	43
الوزن (عدد الموظفين) (w_i) :	40	60

وبتطبيق الصيغة التالية نحصل على الوسط الحسابي العام للأعمار وهو :

$$w = \frac{(48\times40)+(43\times60)}{40+60} = 45$$ سنة

(3-4) الوسيط :

الوسيط هو القيمة الموجودة في منتصف البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً ، أي هو القيمة الوسطى التي يكون نصف البيانات أقل منها والنصف الآخر أكبر منها ويرمزله m ، ويحسب الوسيط كما يلي :

1 – في حالة البيانات غير المبوبة :

يحسب الوسيط في حالة البيانات غير المبوبة (الخام) باتّباع الخطوات التالية :

أ ــ نرتب القيم المشاهدة تصاعدياً ، أي نبدأ بأصغر قيمة ثم نرتب ما بعدها الأكبر فالأكبر .

ب ــ نحدد ترتيب الوسيط بين القيم وذلك كما يلي :

ترتيب الوسيط هو $\dfrac{n+1}{2}$

حيث n عدد القيم المشاهدة . ويجب الانتباه إلى أن $[(n+1)\div 2]$ هو ترتيب الوسيط وليس قيمته .

ج ــ نحدد قيمة الوسيط وتكون هي القيمة التي ترتيبها $[(n+1)\div 2]$ عندما يكون عدد القيم المشاهدة (n) عدداً فردياً ، أما إذا كانت (n) عدداً زوجياً سيقع الترتيب بين قيمتين ويكون الوسيط هو الوسط الحسابي لهاتين القيمتين .

مثال (8-4) :

أوجد قيمة الوسيط للبيانات التالية :

16 ، 20 ، 19 ، 18 ، 15 ، 17 ، 13 .

الحل :

القيم مرتبة ترتيباً تصاعدياً :

13 ، 15 ، 16 ، $\boxed{17}$ ، 18 ، 19 ، 20

الوسيط ↑

ترتيب الوسيط = $(n+1)\div 2 = (7+1)\div 2 = 4$

أي أن قيمة الوسيط هي القيمة الرابعة في البيانات بعد ترتيب البيانات تصاعدياً وبالتالي فإن :

الوسيط = 17

مثال (9-4) :

أوجد قيمة الوسيط للبيانات التالية : 3 ، 8 ، 9 ، 6 ، 5 ، 11

الحل :

نرتب القيم ترتيباً تصاعدياً :

$$3 ، 5 ، \boxed{6 ، 8} ، 9 ، 11$$

ترتيب الوسيط $= (n+1) \div 2 = (6+1) \div 2 = 3.5$

• قيمة الوسيط تقع بين القيمتين الثالثة والرابعة ، إذاً الوسيط يساوي الوسط الحسابي لهاتين القيمتين أي :

$$m = \frac{6+8}{2} = 7$$

2- حساب الوسيط للبيانات المبوبة :

لحساب الوسيط في حالة البيانات المعروضة في جداول تكرارية بحيث تكون فئات الجدول مرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً، نتبع الخطوات التالية :

1– نحدد ترتيب الوسيط ويساوي في البيانات المبوبة $= \dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{2}$

2 – نحدد الفئة الوسيطية وهي الفئة التي تحتوي على الوسيط ويتم تحديدها بالاستعانة بالتكرار المتجمع الصاعد ، فتكون الفئة الوسيطة هي أول فئة يكون تكرارها المتجمع الصاعد أكبر من أو يساوي ترتيب الوسيط .

3 – نقوم بالتعويض في القانون التالي للحصول على قيمة الوسيط :

$$m = L + \left(\frac{\dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{2} - F}{f_m} \right) \times c$$

حيث :

L : الحد الأدنى للفئة الوسيطية ، وفي حالة التوزيعات الخاصة بمتغير منفصل نستخدم الحد الأدنى الحقيقي للفئة الوسيطية وهو عبارة عن الحد الأدنى للفئة مطروحاً منه نصف وحدة من وحدات القياس المستخدمة فمثلاً :إذا كانت الفئة الوسيطية تبدأ بالقيمة 20 فيكون الحد الأدنى الحقيقي يساوي 19.5، وهكذا...

F : التكرار المتجمع الصاعد للفئة السابقة للفئة الوسيطية .

f_m : تكرار الفئة الوسيطية .

c : طول الفئة الوسيطية .

والقاعدة الرياضية التي يعتمد عليها قانون الوسيط هو افتراض أن القيم التابعة لكل فئة موزعة حول مركزها توزيعاً عادلاً ، وبالتالي سيكون هناك تناسب بين بعد الوسيط عن الحد الأدنى للفئة الوسيطية والذي نرمز له بالرمز (L) وطول الفئة الوسيطية (C) وبين عدد القيم السابقة للوسيط داخل الفئة الوسيطية (ترتيب الوسيط - F) والعدد الكلى للقيم المشاهدة التابعة للفئة الوسيطية (f_m) ، أي أن هناك تناسباً بين المسافات والتكرارات .

مثال (4-10) :

احسب الوسيط للبيانات التالية التي تمثل أوزان 210 قطع منتجة بالجرام .

الوزن (بالجرام)	عدد القطع
50 إلى أقل من 54	10
54 إلى أقل من 58	30
58 إلى أقل من 62	90
62 إلى أقل من 66	60
66 إلى أقل من 70	20

الحل :

- نحدد ترتيب الوسيط : $\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{2} = \frac{210}{2} = 105$

- نحدد الفئة الوسيطية أي نحدد الفئة التي تحتوي على الوسيط وهو القيمة التي ترتيبها 105 ويتم ذلك بالاستعانة بالتكرار المتجمع الصاعد الموضح في جدول (4 – 4) .

جدول (4-4)

الوزن (الفئة)	عدد القطع (التكرار)	التكرار المتجمع الصاعد
50 إلى أقل من 54	10	10
54 إلى أقل من 58	30	40
58 إلى أقل من 62	90	130 ← الفئة الوسيطية
62 إلى أقل من 66	60	190
66 إلى أقل من 70	20	210

حيث إن الفئة الثانية تكرارها المتجمع يساوي 40، والفئة الثالثة تكرارها المتجمع يساوي 130 ، فيعني ذلك أن التسعين قيمة الموجودة في الفئة الثالثة ترتيباتها تبدأ من الترتيب 41 إلى الترتيب 130 ، وحيث إن ترتيب الوسيط يساوي 105 ، إذن يجب أن يكون ضمن قيم الفئة الثالثة ، وبالتالي فإن الفئة الثالثة هي الفئة الوسيطية.

وبعد تحديد الفئة الوسيطية نطبق قانون الوسيط ، حيث :

$$f_m = 90 \qquad C=4 \qquad L=58 \qquad F=40$$

$$m = L + \left(\frac{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{2} - F}{f_m} \right) \times c$$

$$= 58 + \frac{(105 - 40)}{90} \times 4$$

$$= 58 + 2.89 = 60.89 \text{ جرام}$$

ويعني ذلك أن 50% من الوحدات المنتجة أي نصف الوحدات أوزانها أقل من 60.89 جراماً، و50% منها أي النصف الآخر أوزانها أكثر من 60.89 جراماً .

مثال (4-11) :
احسب الوسيط للبيانات المنفصلة التالية التي تمثل درجات 50 طالباً .

الدرجة	39-30	49-40	59-50	69-60	79-70	89-80
عدد الطلبة	4	6	8	12	11	9

الحل :

- نحدد ترتيب الوسيط حيث :

ترتيب الوسيط هو: $\sum_{i=1}^{k} f_i \div 2 = 50 \div 2 = 25$

أي أن القيمة المشاهدة التي ترتيبها 25 هي عبارة عن قيمة الوسيط ولتحديد هذه القيمة يجب إيجاد التكرار المتجمع الصاعد والموضح في جدول (4 – 5)

جدول (4-5)

الدرجة (الفئة)	**عدد الطلبة (التكرار)**	**التكرار المتجمع الصاعد**	
39 – 30	4	4	
49 – 40	6	10	
59 – 50	8	18	
69 – 60	12	30	الفئة الوسيطية
79 – 70	11	41	
89 – 80	9	50	

إذن الفئة الوسيطية هي الفئة 60 – 69، وبتطبيق قانون الوسيط ، حيث : L= 59.5
وذلك؛ لأننا نتعامل مع بيانات منفصلة ، وبالتالي نستعمل الحد الأدنى الحقيقي للفئة .

$f_m = 12$ $\quad C=10 \quad$ $F=18$

$$m = L + \left(\frac{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{2} - F}{f_m} \right) \times c$$

$$= 59.5 + \frac{25-18}{12} \times 10$$

$$= 59.5 + 5.83 = 65.33$$

مثال (4-12) :

الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لدخول ستين موظفاً :

الــدخل	عدد الموظفين
150 إلى أقل من 175	8
175 إلى أقل من 200	15
200 إلى أقل من 225	20
225 إلى أقل من 250	12
250 فأكثر	5

فاحسب وسيط هذه الدخول .

الحل :

لاحظ أن هذا الجدول التكراري يحتوي على فئة مفتوحة وهي الفئة الأخيرة ومع ذلك سنحسب الوسيط كالمعتاد ، كما يلي :

جدول (4-6)

التكرار المتجمع الصاعد	عدد الموظفين (التكرار)	الدخل (الفئة)	
8	8	150 إلى أقل من 175	
23	15	175 إلى أقل من 200	
43	20	200 إلى أقل من 225	الفئة الوسيطية
55	12	225 إلى أقل من 250	
60	5	250 فأكثر	

ترتيب الوسيط هو $\sum_{i=1}^{k} f_i \div 2 = 60 \div 2 = 30$

من جدول (4 – 6) نجد أن الفئة الوسيطية هي الفئة (200 إلى أقل من 225) إذن :

$$f_m = 20 \qquad C=25 \qquad L=200 \qquad F=23$$

$$m = L + \left(\frac{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{2} - F}{f_m} \right) \times c$$

$$= 200 + \left(\frac{30-23}{20} \right) \times 25$$

$$= 200 + 8.75$$

= 208.75 دينار

تحديد الوسيط بيانياً :

يحدد الوسيط بيانياً باستخدام المنحنى التكراري المتجمع الصاعد أو المنحنى التكراري المتجمع الهابط ، أو كلاهما وذلك كما يلي :

• نحدد أولاً ترتيب الوسيط $2 \div \sum_{i=1}^{k} f_i$ على المحور الرأسي والذي يمثل التكرارات المتجمعة .

• نرسم من هذه النقطة خطاً أفقياً يوازي محور السينات حتى يلاقي المنحنى المتجمع الصاعد أو الهابط في نقطة .

• من نقطة التلاقي نسقط عموداً يلاقي محور السينات في نقطة تكون هي قيمة الوسيط ، وذلك كما هو موضح في شكل(4 – 2) ، وشكل (4 – 3) .

• كذلك نستطيع إيجاد الوسيط برسم المنحنيين (الصاعد والهابط) معاً في رسم واحد ، فيكون الإحداثي السيني لنقطة تقاطع المنحنيين هو قيمة الوسيط ، وهي القيمة التي كنا نطلق عليها القيمة الوسطى، وذلك عند دراسة المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع الهابط .

مثال (4-13) :

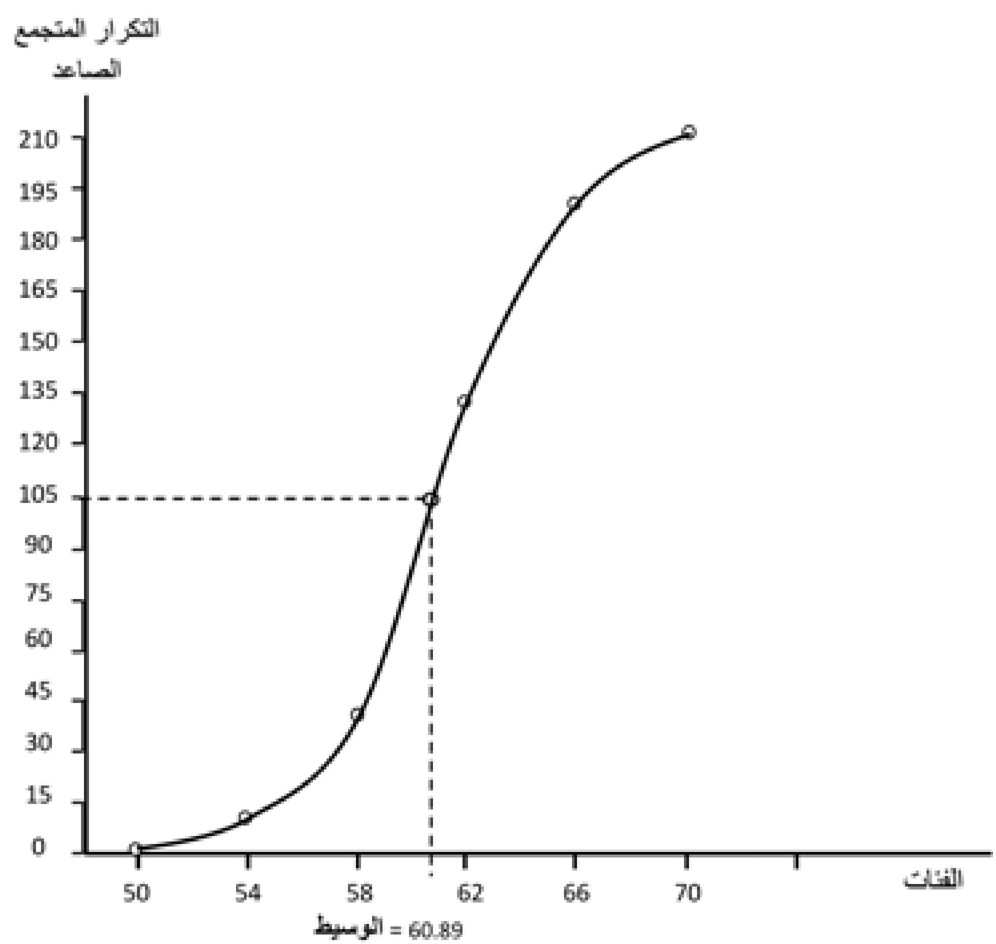
حدد قيمة الوسيط بيانياً للتوزيع التكراري الخاص بأوزان 210 وحدة منتجة المذكورة في مثال (4 – 10) .

الحلّ :

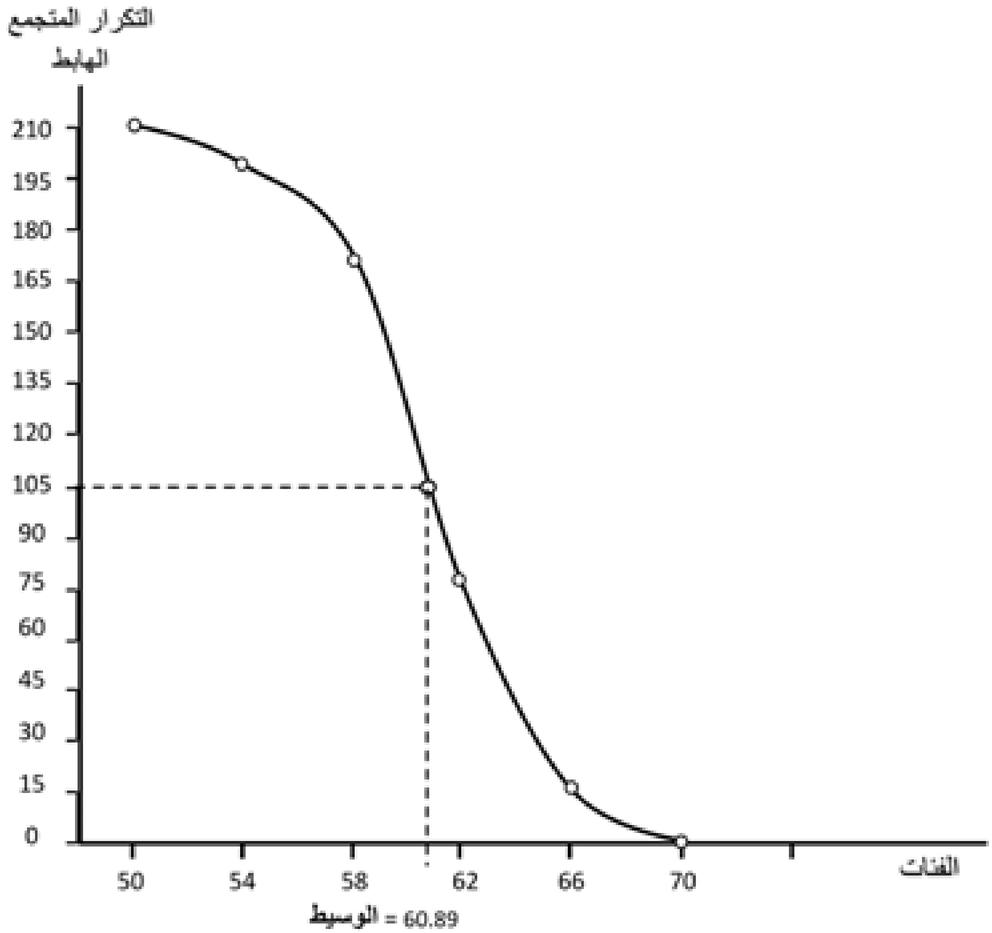
نكوّن أولاً جدول التكرار المتجمع الصاعد أو جدول التكرار المتجمع الهابط لهذه البيانات والموضحة معاً في جدول (4 – 7) ، وبعد رسم المنحنى المتجمع وتحديد ترتيب الوسيط الذي يساوي 105 على المحور الرأسي ، نرسم من هذه النقطة خطاً أفقياً يوازي محور السينات حتى يلاقى المنحنى المتجمع ومن نقطة التلاقي نسقط عموداً ليلاقي محور السينات فنحصل على قيمة الوسيط ، وذلك كما هو موضح في شكل (4 – 2)، وشكل (4 – 3) .

جدول (4 – 7)

الفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الفئة	التكرار المتجمع الهابط
أقل من 50	0	50 أو أكثر	210
أقل من 54	10	54 أو أكثر	200
أقل من 58	40	58 أو أكثر	170
أقل من 62	130	62 أو أكثر	80
أقل من 66	190	66 أو أكثر	20
أقل من 70	210	70 أو أكثر	0



شكل (4-2)



شكل (4-3)

ومن شكل (4 – 2)، وشكل (4 – 3)، نجد أن قيمة الوسيط تقريباً 61 جراماً .

خواص الوسيط :

1- سهل التعريف وسهل الحساب .

2- يعتمد على القيمة الوسطى فقط إذا كانت (n) فردية وعلى القيمتين الوسيطيتين إذا كانت (n) زوجية ، ويهمل بقية القيم .

3- لا يتأثر بوجود قيم متطرفة .

فمثلاً: إذا كان لدينا القيم التالية : 2 ، 7 ، 6 ، 4 ، 10 ، 1 ، 9

الترتيب التصاعدي لهذه البيانات : 1 ، 2 ، 4 ، 6 ، 7 ، 9 ، 10

ترتيب الوسيط = $(7 + 1) \div 2 = 4$

إذن الوسيط هو القيمة الرابعة بعد الترتيب التصاعدي أي الوسيط = 6 وإذا وضعنا بدلاً من القيمة 10 ، القيمة 84 مثلاً وهي قيمة متطرفة بالنسبة لقيم المجموعة ، فسنجد أن الوسيط لن يتغير وسيظل مساوياً 6 ، وبالتالي فالوسيط لا يتأثر بالقيم المتطرفة .

4- يمكن إيجاد الوسيط للبيانات النوعية (الوصفية) بشرط إمكانية ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً ويكون عددها فردياً .

فمثلاً إذا كان لدينا البيانات النوعية التالية والتي تمثل تقديرات 9 طلبة في مادة الإحصاء : مقبول، جيد، ضعيف، ممتاز، جيد جداً، مقبول، مقبول، جيد، مقبول الترتيب التصاعدي للبيانات :

ضعيف،مقبول،مقبول، مقبول،مقبول،جيد،جيد، جيد جداً، ممتاز

ترتيب الوسيط = $(9 + 1) \div 2 = 5$

إذن الوسيط هو التقدير الخامس بعد ترتيب البيانات تصاعدياً ،أي أن الوسيط هو تقدير مقبول.

5- يمكن حسابه من جداول التوزيعات التكرارية المفتوحة وذلك كما هو واضح في مثال (4 – 12) .

6- يمكن إيجاد الوسيط بيانياً .

7- يستعمل الوسيط في الحالات التي تكون فيها بعض البيانات ناقصة بشرط أن نعرف ترتيبها؛ فمثلاً إذا أردنا إيجاد الوسيط للمدة التي يقضيها العامل في إنتاج سلعة معينة نكتفي هنا بتسجيل المدة التي يستغرقها 50% من العاملين؛ لأن المدة التي سيستغرقها النصف الآخر من العاملين الذين لم ينتهوا بعد ستكون أكبر من الوسيط .

(4-4) المنوال :

المنوال هو القيمة أو الصفة الأكثر شيوعاً في البيانات ، أي القيمة أو الصفة التي لها أكبر تكرار ، أي التي تتكرر أكثر من غيرها من القيم أو الصفات .

ويحسب المنوال كمايلي:

1 – في حـالة البيانات غير المبوبة :

في هذه الحالة لا توجد أي عمليات حسابية لإيجاد المنوال ، كل ما يتطلبه إيجاد المنوال هو معرفة القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها ، وذلك كما هو واضح في المثال التالي :

مثال (4-14) :

أوجد قيمة المنوال للبيانات التالية : 11 ، 12 ، 9 ، 10 ، 9 ، 11 ، 13 ، 9

الحل :

إن منوال هذه القيم يساوي 9 ، وذلك لأنها القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها .
إذا كان في البيانات منوال واحد فتسمى بيانات وحيدة المنوال ، وإذا وجد في البيانات منوالان فتسمى بيانات ثنائية المنوال ، وإذا وجد في البيانات أكثر من منوالين فتسمى بيانات عديدة المنوالات ، وأحياناً لا توجد في البيانات قيمة أو صفة تتكرر أكثر من غيرها من القيم فتسمى بيانات عديمة المنوال .

مثال (4-15) :

أوجد المنوال للبيانات المذكورة في كل مجموعة من المجموعات التالية :

المجموعة الأولـى : 18 ، 14 ، 15 ، 19 ، 20 ، 24
المجموعة الثانيـة : 12 ، 10 ، 12 ، 16 ، 10 ، 15 ، 14
المجموعة الثالثـة : 12 ، 12 ، 15 ، 13 ، 15 ، 13
المجموعة الرابعة : 12 ، 15 ، 19 ، 13 ، 16 ، 14، 15، 15
المجموعة الخامسة : 10 ، 9 ، 15، 12، 5 ، 11، 5 ، 10 ، 12

الحل :

في المجموعة الأولى لا يوجد منوال (بيانات عديمة المنوال) .
في المجموعة الثانية يوجد منوالان 10،12 (بيانات ثنائية المنوال).
في المجموعة الثالثة يوجد 3 منوالات 12، 13، 15 (بيانات عديدة المنوال) .
في المجموعة الرابعة يوجد منوال واحد 15 (بيانات أحادية المنوال) .
في المجموعة الخامسة 3 منوالات 5،12،10 (بيانات عديدة المنوال) .

مثال (4 – 16) :

أوجد المنوال للبيانات النوعية التالية التي تبين جنسيات 6 مدرسين يُدرسون في مدرسة لتعليم اللغة الإنجليزية :

عربي ، إنجليزي ، أمريكي ، إنجليزي ، إنجليزي ، استرالي

فهنا المنوال هو الجنسية الإنجليزية ، أي الجنسية المتكررة أكثر من غيرها من الجنسيات

2 – في حالة البيانات المبوبة :

لحساب المنوال لبيانات مبوبة في جداول تكرارية منتظمة أي فئاتها متساوية الطول نتبع الخطوات التالية :

- نحدد أولاً الفئة التي تحتوي المنوال ويطلق عليها الفئة المنوالية وهي الفئة المقابلة لأكبر تكرار .
- نحسب قيمة المنوال باستخدام القانون التالي :

$$M = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times C$$

حيث :

L: الحد الأدنى للفئة المنوالية (أو الحد الأدنى الحقيقي في حالة البيانات التي تمثل متغيراً منفصلاً) .

Δ_1 = تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة السابقة لها .

Δ_2 = تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة اللاحقة لها .

C : طول الفئة المنوالية .

مـلاحظة : إذا كان جدول التوزيع التكراري غير منتظم يجب تعديل تكراراته قبل تطبيق خطوات إيجاد المنوال التي أشرنا إليها .

مثال (4-17) :
أوجد قيمة المنوال للبيانات المذكورة في الجدول التالي والتي تمثل أوزان 210 قطع منتجة بالجرام :

الوزن	عدد القطع
50 إلى أقل من 54	10
54 إلى أقل من 58	30
58 إلى أقل من 62	90
62 إلى أقل من 66	60
66 إلى أقل من 70	20
المجموع	210

الحل :

- الفئة المنوالية هي الفئة (58 إلى أقل من 62) لأنها هي الفئة التي لها أكبر تكرار ونجد أن :

$L = 58$ ، $C = 4$

$\Delta_1 = 90-30 = 60$ ، $\Delta_2 = 90-60 = 30$

المنوال هو :

$$M = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times C$$

$$= 58 + \frac{60}{60+30} \times 4 = 58 + \frac{24}{9} = 60.67$$

مثال (4-18) :

احسب قيمة المنوال للبيانات التالية ، التي تمثل درجات 50 طالباً .

الدرجة	39-30	49-40	59-50	69-60	79-70	89-80
عدد الطلبة	4	6	8	12	11	9

الفئة المنوالية

الحل :

الفئة المنوالية هي الفئة (60 – 69) ونجد أن :

$L = 59.5$ (لأن البيانات هنا تمثل متغيراً منفصلاً) ، $C = 10$

$\Delta_1 = 12 - 8 = 4$ $\Delta_2 = 12 - 11 = 1$

$$M = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times C$$

$$= 59.5 + \frac{4}{4+1} \times 10 = 67.5$$

حساب المنوال بيانياً :

يمكن تحديد قيمة المنوال بيانياً باستخدام المنحنى التكراري أو المضلع فتكون قيمة المنوال هي القيمة المقابلة لقمة المنحنى ، لأن القمة تمثل أكبر تكرار ، وحيث إن المنحنى يكون ممهداً باليد فغالباً ستكون قيمة المنوال التي نتحصل عليها بهذه الطريقة غير دقيقة ، كما يمكن تحديد قيمة المنوال باستخدام المدرج التكراري.

مثال (4-19) :

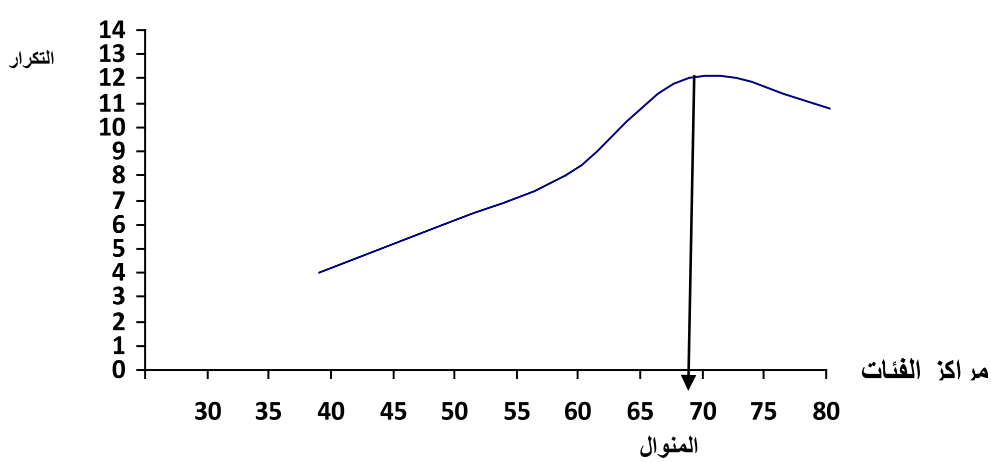
احسب المنوال بيانياً ، للبيانات المذكورة في مثال (4 – 18) باستخدام المنحنى التكراري.

الحلّ :

نحدد مراكز الفئات ، وذلك لتحديد النقاط التي تمثل الفئات على الرسم البياني ، والجدول التالي يوضح ذلك ، ثم نرسم المنحنى التكراري ونحدد منه قيمة المنوال والتي تساوي 67.5 كما هو واضح في شكل (4 – 4) .

جدول (4-8)

الفئة	**التكرار**	**مركز الفئة**	**النقاط** (y،x)
39 – 30	4	34.5	(4 ، 34.5)
49 – 40	6	44.5	(6 ، 44.5)
59 – 50	8	54.5	(8 ، 54.5)
69 – 60	12	64.5	(12 ، 64.5)
79 – 70	11	74.5	(11 ، 74.5)
89 – 80	9	84.5	(9 ، 84.5)



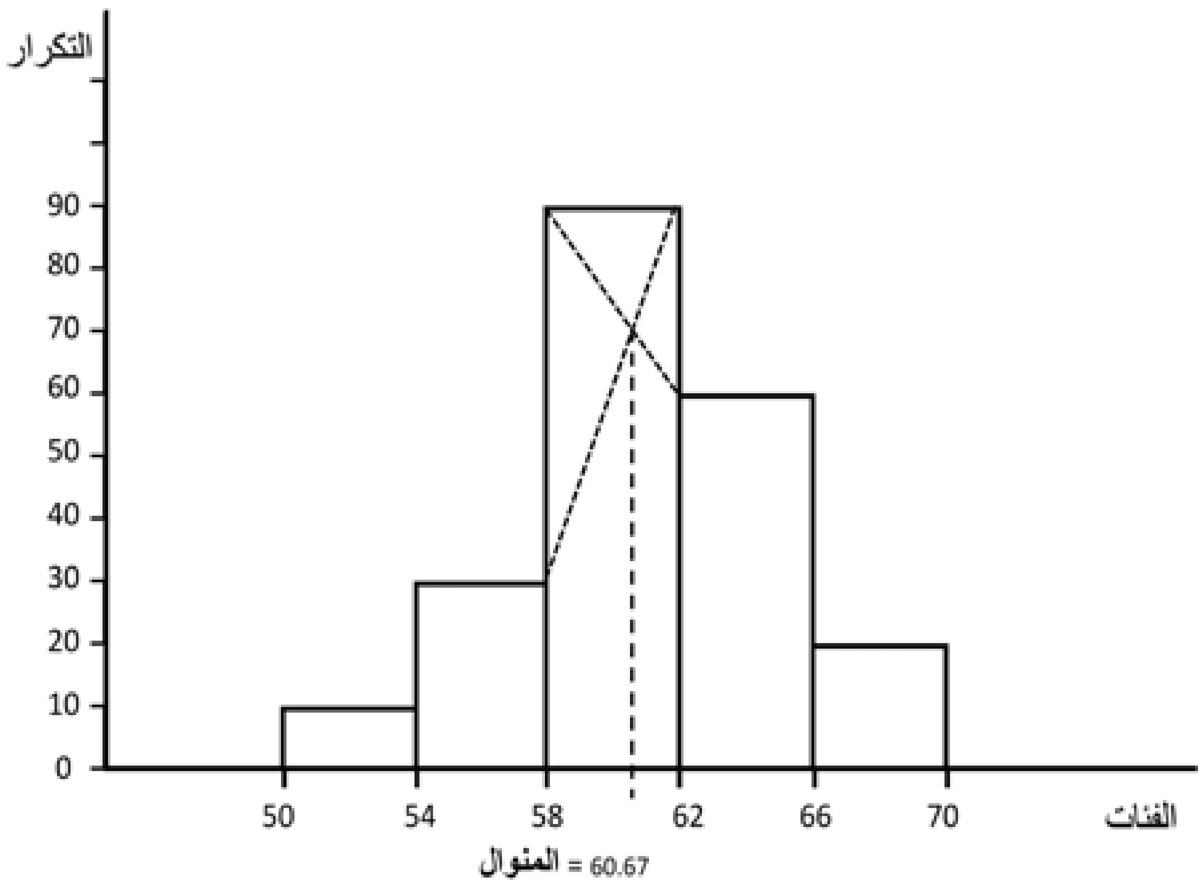
شكل (4 – 4)

مثال (4-20) :

احسب المنوال بيانياً باستخدام المدرج التكراري لبيانات المثال(4-17).

الحل :

نرسم المدرج التكراري ثم نحدد مستطيل الفترة المنوالية ومستطيل الفترة السابقة لها ومستطيل الفترة اللاحقة لها وبتوصيل الحد الأدنى للقاعدة العليا لمستطيل الفترة المنوالية بالحد الأدني للقاعدة العليا لمستطيل الفترة اللاحقة ، وبتوصيل الحد الأعلى لمستطيل الفترة المنوالية بالحد الأعلى للقاعدة العليا لمستطيل الفترة السابقة لها ومن نقطة تقاطع المستقيمين نسقط عموداً على المحور الأفقي فتكون نقطة التقاء العمود مع المحور الأفقي هي قيمة المنوال كما هو واضح في شكل (4-5).



شكل (4 – 5)

خواص المنوال :

1- أسهل مقاييس النزعة المركزية في حسابه .
2- لا يتأثر بوجود قيم متطرفة .
3- يمكن حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة بشرط ألا تكون الفئة المفتوحة هي الفئة المنوالية .
4- يمكن إيجاد المنوال للبيانات النوعية وذلك كما هو واضح في مثال (4 – 16) .
5- ليس له معنى إذا كانت البيانات قليلة العدد وقد لا يوجد أصلاً ، أما في حالة البيانات كثيرة العدد فله معنى معقول وله أهمية كبيرة وخاصة في عملية التسويق ، فمثلاً شركات تسويق الأحذية في مدينة ما لا تهتم بالوسط الحسابي أو بالوسيط بل تهتم بالمقياس الأكثر شيوعاً وهو المنوال .
6- يمكن إيجاد المنوال بيانياً .
7- قد لا يكون للبيانات منـوالٌ وقد تحتوي على منوالين أو أكثر .
8- يتأثر كثيراً بطريقة اختيار الفئات التكرارية للتوزيع ، فإذا غيرنا تقسيم الفئات لنفس التوزيع فيحدث تغيراً في التكرارات، وفي الغالب يحدث تغيراً في موقع الفئة المنوالية ، ولذلك نحصل على قيم مختلفة للمنوال .

تمارين (4)

1- ما المقصود بخاصية النزعة المركزية ؟ وما أهم مقاييسها ؟ مع تعريف كل مقياس من هذه المقاييس .

2- البيانات التالية تمثل درجات امتحان في مادة اللغة الإنجليزية لتسعة طلبة :

43 ، 56 ، 30 ، 42 ، 64 ، 60 ، 30 ، 70 ، 82

أ – احسب الوسط الحسابي لهذه الدرجات .

ب – احسب الوسيط .

ج – أوجد المنوال .

3- فيما يلي عدد القطع المنتجة شهرياً من قبل 10 عاملين :

14 ، 18 ، 17 ، 14 ، 17 ، 15 ، 14 ، 17 ، 15 ، 12

أ – احسب الوسط الحسابي .

ب – احسب الوسيط .

ج – أوجد المنوال .

4- إذا كان الوسط الحسابي لعشرة قيم هو 62، وإذا كان مجموع انحرافات 9 قيم منها عن الوسط الحسابي هو 5 ، فما هي القيمة العاشرة ؟

5- إذا كان لدينا البيانات التالية : 35 ، 25 ، 20 ، 33 ، 180 ، 21 ، 27

أوجد قيمة المتوسط المناسب لهذه البيانات ، مع ذكر لماذا يفضل هذا المتوسط عن المتوسطين الآخرين ؟

6- بعد رصيد درجات 10 طلبة في مادة الرياضيات وجدنا أن الوسط الحسابي لهذه الدرجات = 65 ، ثم انتبهنا أن هناك خطأ في تسجيل درجات 3 طلبة ، وذلك كما يلي :

الدرجة المسجلة	الدرجة الصحيحة
65	56
57	75
28	29

فأوجد الوسط الحسابي بعد إجراء عملية التصحيح .

7- علل مايلي :

أ. لا نستطيع حساب الوسيط للبيانات النوعية إلا إذا كان عددها فردياً .

ب. لا نستطيع حساب الوسط الحسابي للجداول التكرارية المفتوحة.

8- ما مقياس النزعة المركزية المناسب في كل حالة من الحالات التالية :

أ. بيانات نوعية لا يمكن ترتيبها ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً .

ب. بيانات مبوبة في جدول تكراري فئته الأخيرة مفتوحة ، مع العلم بأن هذه الفئة المفتوحة تكرارها أقل من نصف التكرارات وهو أكبر تكرار في الجدول .

جـ. بيانات تتكون من قيم لها نفس التكرار وتحتوي على قيم متطرفة .

9- إذا كانت القيم التالية مرتبة ترتيباً تصاعدياً : 12 ، 20 ، س ، 30 ، 33 ، 40

فما هي القيمة المجهولة (س) إذا علمت أن قيمة الوسيط = 28 ؟

10- فيما يلي جدول التوزيع التكراري لعدد أطفال العائلات القاطنة في حي من إحدى المدن:

عدد الأطفال (الفئة)	0 - 2	3-5	6-8	9-11	12-14
عدد العائلات (التكرار)	25	45	60	40	30

أ – احسب الوسط الحسابي   ب – احسب الوسيط .

ج – أوجد قيمة المنوال .

11- الجدول التالي يوضح توزيع 500 عامل في أحد المصانع حسب دخولهم الأسبوعية :

الدخل الأسبوعي (بالدينار)	عدد العاملين
20 إلى أقل من 25	100
25 إلى أقل من 30	180
30 إلى أقل من 35	120
35 إلى أقل من 40	50
40 إلى أقل من 45	30
45 إلى أقل من 50	12
50 إلى أقل من 55	8

أ – احسب الوسط الحسابي .
ب – احسب الوسيط حسابياً وبيانياً .
ج – أوجد قيمة المنوال حسابياً وبيانياً .

12- إذا علمت أن الجدول التكراري التالي يمثل بيانات عن 234 مفردة، وأن الوسيط لهذه البيانات = 46 ، فأوجد تكرار الفئة الثالثة f3 ، وتكرار الفئة الخامسة f5 ، (حدد الفئة الوسيطية باستخدام قيمة الوسيط) .

الفئة	التكرار
10 إلى أقل من 20	12
20 إلى أقل من 30	30
30 إلى أقل من 40	f_3
40 إلى أقل من 50	65
50 إلى أقل من 60	f_5
60 إلى أقل من 70	25
70 إلى أقل من 80	18

13-أوجد مقياس النزعة المركزية المناسب لهذه البيانات النوعية التي تمثل مهنة أربع وعشرين أماً من الأمهات اللائي يترددن على العيادة الخاصة بالأمومة والطفولة ؟

مدرسة	ربة بيت	ربة بيت	مدرسة	عاملة	ربة بيت
طبيبة	ربة بيت	مهندسة	ربة بيت	عاملة	ربة بيت
مدرسة	موظفة	مدرسة	ربة بيت	موظفة	مدرسة
مدرسة	مدرسة	موظفة	موظفة	ربة بيت	عاملة

14. الجدول التكراري التالي يوضح توزيع 120 طالباً حسب أوزانهم :

الوزن (بالكيلوجرام)	عدد الطلبة
40 إلى أقل من 50	8
50 إلى أقل من 60	14
60 إلى أقل من 70	38
70 إلى أقل من 80	30
80 إلى أقل من 90	20
90 إلى أقل من 100	10

أ. احسب قيمة الوزن الذي أكثر من 6/10 من الأوزان .

ب. أوجد قيمة الوزن الذي أقل منه 85 % من الأوزان .