

حول معايير المعلومات لتحديد طول الازاحة الفعلية لنماذج الانحدار الذاتي

ا. م. د. جنان عباس *

المستخلص

بهذا البحث نقارن معايير المعلومات (معياري اكيكي ومعياري خطأ التنبوء النهائي ومعياري Schwarz ومعياري Hannan-Quinn ومعياري معلومات Akaike المصحح الذي طور من قبل الباحثين Hurvish و Tsai عام 1989). لغرض تحديد اي معيار ممكن استعماله لتحديد احتمالية ألتقاط الازاحة الفعلية لأنموذج الانحدار الذاتي للعملية التي تولد البيانات من عدة نماذج للانحدار الذاتي، عندما يكون حد الخطاء موزع طبيعيا، وعند خضوع حد الخطاء لأنموذج ARCH(q) برتبة 1,2، وكذلك تحت افتراض تغيير في بنية متغير حد الخطاء. واستحصلت نتائج البحث لحجوم مختلفة من العينات باستعمال المحاكاة.

1. المقدمة

ان عملية نمذجة السلسلة الزمنية بانموذج الانحدار الذاتي، يتطلب معرفة الرتبة الفعلية أو طول الازاحة الفعلية للأنموذج الذي ولدت منه البيانات التي تكون عادة مجهولة، وهي من احد المشاكل التي تواجه الباحث عند نمذجة السلسلة الزمنية بنماذج الانحدار الذاتي (AR). ولذا فان الهدف يتمثل ببساطة في تحديد الرتبة الفعلية (p) لأنموذج الانحدار الذاتي عند نمذجة العملية التي تولد البيانات منها، باقل عدد من المعلمات للعملية

* ناصر استاذ مساعد - معهد الإدارة / الرصافة

التي تولد البيانات. فقد طورت عدة اساليب لتقدير طول الازاحة الفعلية لنماذج الانحدار الذاتي، منها معالجة اختبار نموذج Box-Jenkins والتي تعتمد على رسم قيم معاملات الارتباط الذاتي ومعاملات الارتباط الذاتي الجزئية في تحديد رتبة نماذج AR. ومن ثم اقترحت عدة معايير لتحديد الرتبة الفعلية لـ P لنماذج AR المستقره مثل معيار معلومات Akaike ويشاراليه بـ AIC_p (Akaike 1973) الذي يعد مساهمة معنوية في النمذجة الاحصائية، ومعيار معلومات Schwarz ويشاراليه بـ SIC_p (Schwarz 1978)، ومعيار معلومات Hannan-Quinn ويشاراليه بـ HQC_p (Hannan & Quinn 1979)، ومعيار خطأ التنبؤ النهائي ويشاراليه بـ FPE_p (Akaike 1979) ومعيار المعلومات Akaike المصحح ويشاراليه بـ $AICC_p$ (Hurvish & Tsai 1989). لذا يتطلب تقدير معاملات النماذج المقترح استعمالها بالمقارنة ومن ثم اختيار رتبة أنموذج $AR(p)$ باصغر قيمة للمعيار من بين قيم تلك المعايير المتقدم ذكرها.

وقد تناول عدد غير قليل من الباحثين دراسة معايير المعلومات والمقارنة فيما بينها وفيما يلي خلاصة موجزة لبعض ماكتب حول تلك المعايير لتوضيح الفروقات في نتائجها وسليباتها .

ففي عام 2000 تحرى الباحث Liew {1} عن اداء معيار معلومات اكيكي المصحح (AICC) كمعيار لاختيار رتبة نماذج ARMA. وفي عام 2002 تحرى الباحثان Shitana و Liew {2} عن اداء معيار معلومات AICC كمعيار لاختيار رتبة نماذج الانحدار الذاتي متوسط متحرك (ARMA)، باستعمال المحاكاة لتحديد الاحتمالات لمطابقة الرتبة المقدره للسلاسل الزمنية المولدة من نماذج $ARMA(p, q)$ ولحجوم مختلفة من العينات. وتوصلا الى ان احصاءة معيار AICC تكون جيدة في تحديد الرتبة الفعلية للنماذج المعتمدة في البحث بصورة معتدله، فضلا عن وجود مسالة تقدير رتبة اكبر من رتبة الانموذج الذي ولدت منه البيانات باستعمال معيار AICC، في حين حدد معيار AICC ادنى احتمال لتقدير رتبة اقل من الرتبة الفعلية للانموذج الذي ولدت منه البيانات.

وفي عام 2004 قدم الباحث Liew {3} دراسة في محاولة منه لأعطاء خطوط عامة تفيد عند استعمال معايير المعلومات لأختيار طول الازاحة الفعلية لنماذج الانحدار الذاتي عند نمذجة السلاسل الزمنية المولدة من نماذج AR. وقد استعمل معيار معلومات Akaike ومعيار Schwarz ومعيار Hannan-Quinn ومعيار خطأ التنبؤ النهائي ومعيار Bayesian، لتقدير طول الازاحة الفعلية للبيانات المولدة من عملية AR(4) المستقر، عند خضوع متغير حد الخطأ للتوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين قدره σ^2 . ولحجوم مختلفة من العينات باستعمال المحاكاة، توصل الى ان اداء كل معايير المعلومات المعتمدة في البحث يتحسن بزيادة حجم العينة. ويكون اداء معيار Hannan-Quinn افضل في تقدير طول الازاحة الفعلية لحجوم العينات الكبيرة. في حين تفوق المعيارين Akaike ومعيار خطأ التنبؤ النهائي على بقية المعايير المستعملة في تقدير طول الازاحة الفعلية لحجوم العينات الصغيرة.

وفي عام 2007 تناول الباحثان Asghar و Abid {4} في بحثيهما المنشور على الانترنت، استعمال معايير المعلومات (AIC, FPE, SIC, HQC, AICC) لتقدير طول الازاحة الفعلية لعمليات AR(p) باستعمال المحاكاة، وقد استعملت تلك المعايير في تقدير طول الازاحة الفعلية للبيانات المولدة من عملية AR(5)، عند خضوع معلمات النموذج AR(5) المستقر، وعند خضوع متغير حد الخطأ للتوزيع الطبيعي وغير الطبيعي ARCH(q), q=2,3 عند خضوع معلمات انموذج ARCH(q) للتوزيع المنتظم بالفترة من 0 و 1. ولحجوم مختلفة من العينات. وتوصلا الى ان اداء تلك المعايير يتحسن بزيادة حجم العينة. ويكون اداء معيار SIC افضل في تقدير طول الازاحة الفعلية لحجوم العينات الكبيرة.

وبذلك فان هدف البحث يتمثل بالتحري عن فاعلية معايير المعلومات (AIC, FPE, SIC, HQC) ومعيار AICC) وتحديد اي معيار ممكن اعتماده في تقدير الرتبة الفعلية لأنموذج AR(p) من خلال المحاكاة، وذلك بتوليد سلاسل زمنية مختلفة تخضع لأنموذج الانحدار الذاتي المستقر من الرتبة الاولى والثانية

(AR(2),AR(1)) بعدة قيم مفترضة لمعاملات الانموذج ووفقا لبنية متغيرحد الخطاء وكما يلي :

- خضوع متغيرحد الخطاء للتوزيع الطبيعي .
- خضوع متغيرحد الخطاء لأنموذج ARCH(q) برتبة q=1,2 بعدة قيم مفترضة لمعاملات الانموذج.
- تحت افتراض تغيرفي بنية متغيرحد الخطاء الذي يخضع للتوزيع الطبيعي. وعلى وفق حجوم عينات مختلفة،ومن ثم اجراء التجريب على كل معيارمن معاييرالمعلومات لتتم المفاضلة فيما بعد على اساس عدة مقاييس منها :-تقديرالاحتمالات الفعلية التي تكون الرتبة المقدرة مساوية للرتبة الفعلية للانموذج الذي ولدت منه البيانات،وتقديرالاحتمالات التي تكون الرتبة المقدرة اكبرمن الرتبة الفعلية للانموذج الذي ولدت منه البيانات،وتقديرالاحتمالات التي تكون الرتبة المقدرة اقل من الرتبة الفعلية للانموذج الذي ولدت منه البيانات،وتقديرمتوسط مربعات الخطاء (MSE) في تقديرالانموذج.

2. نماذج الانحدار الذاتي (AR (P)

تعرف عملية الانحدار الذاتي من الرتبة P (AR(P)) للسلسلة الزمنية $\{X_t\}$ عندما

تكون $t=1,2,\dots, T$ وفق الصيغة الاتية [3, 4, 7]:

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad \dots (1)$$

وتمثل $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$ معاملات انموذج الانحدار الذاتي ، وان ε_t تمثل متغيرحد الخطاء وهو عبارة عن سلسلة من المتغيرات العشوائية المستقلة والمتطابقة التوزيع بمتوسط صفر وتباين مقداره σ^2 ، وتمثل T حجم العينة. وان كل جذور متعددة حدود الانحدار الذاتي تقع خارج دائرة الوحدة اي ان

$$A(B) = 1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_p B^p \neq 0 , \quad |B| < 1$$

وتمثل B معامل الارتداد الخلفي اي ان $x_t = Bx_{t-1}$. ولغرض التنبوء بهذا الانموذج علينا اولاً ان نضمن جودة التقديره وملانمته للسلسلة المدروسة. وان هناك عدة طرائق لتقدير معلمات انموذج $AR(p)$ ابرزها طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى وخوازمية $Burg$ وطريقة العزوم وتسمى ايضاً بمعادلات $Yule-Walker$ وستشرح فيما بعد لأنها استعملت في عملية التجريب، إذ يمكن تقدير معلمات أنموذج الانحدار الذاتي (AR) من الرتبة p وفق هذه الطريقة التي تعطي اصغرمتوسط لمربع خطأ التنبوء اعتماداً على قيم x_{t-1}, \dots, x_{t-p} ويمكن كتابة معادلات $Yule-Walker$ بصيغة مصفوفة ومتجة [5,6,7] وكمايلي:

$$\Gamma_p \Phi_p = V_p \quad \dots(2)$$

عندما تكون Γ_p مصفوفة $Toeplitz$ من الدرجة $(p+1) \times (p+1)$ ، كل عنصر فيها يمثل دالة التباير الذاتية بالرتبة (i,j) مساوية لـ $\gamma(i-j) \forall i, j = 0, 1, \dots, p$ ويمكن اعادة كتابتها كـ $\Gamma_p = Toeplitz(\gamma(0), \dots, \gamma(p))$ ، وان المتجه V_p مساوي لـ $V_p = (\sigma_p^2, 0, \dots, 0)$ وباستبعاد حالة الصفر من نظام المعادلات اعلاه نحصل على

$$\Gamma_p \Phi_p = -\gamma_p \quad \dots(3)$$

عندما تكون $\Gamma_p = Toeplitz(\gamma(0), \dots, \gamma(p-1))$ ، وان $\gamma_p = Toeplitz(\gamma(1), \dots, \gamma(p))$ ان مقدرات $Yule-Walker$ للمعلمات في الصيغة (1) يمكن ان تستحصل بتعويض دالة الارتباط الذاتي للعينة (ACF) بالصيغة

$$(3) \text{ ثم حلها بالنسبة لمقدر المعلمة } \hat{\Phi}_p \text{ اي } (\hat{\Phi}_p) \text{، وبذلك فان}$$

$$\hat{\Phi}_p = -R_p^{-1} \gamma_p \quad \dots(4)$$

عندما تكون $r_p = \text{Toeplitz}(r(0), \dots, r(p-1))$ و $R_p = \text{Toeplitz}(r(0), \dots, r(p-1))$ و $r_p = \text{Toeplitz}(r(0), \dots, r(p))$ حيث ان $r(k)$ تمثل دالة الارتباط الذاتي للعينة عند الازاحة k ($\text{Lag}(k)$) تكون على وفق الصيغة

$$\hat{r}(k) = \hat{\gamma}(k) / \hat{\gamma}(0), \quad k = 0, 1, \dots$$

وتكون دالة التغيرات الذاتية للعينة عند $\text{Lag}(k)$ على وفق الصيغة

$$\hat{\gamma}(k) = (1/T) \sum_{t=k+1}^T (x_t - \bar{x})(x_{t-k} - \bar{x}), \quad k = 0, 1, \dots$$

تعطي اصغر قيمة لمتوسط مربعات خطأ التنبؤ في حالة استخدام دالة الارتباط الذاتي (ACF) للعملية الحقيقية وليس باستعمال ACF للعينة، لذلك فان مقدرتباين الضوضاء (σ_p^2) لا يقلل متوسط مربعات الخطأ التجريبية.

3. معايير المعلومات

ان معرفة شكل الانموذج الملائم له اهمية خاصة باعتبار ان الخطأ في تحديد الانموذج يقود الى تقديرات في غير محلها، ومن ثم تنبؤات لا يعتمد عليها في اتخاذ القرار. وان تحديد الانموذج هو الاخر يعتمد على رتبة انموذج السلسلة الزمنية التي تخضع لعملية الأحدار الذاتي، وهناك عدة معايير لتحديد رتبة أنموذج $\text{AR}(p)$ للسلسلة الزمنية التي تولد البيانات [2,3,4]. إذ يتم اختيار رتبة أنموذج $\text{AR}(p)$ وفقا لأصغر قيمة لمعيار المعلومات، ومن ابرز المعايير التي استعملت في هذا البحث هي كالاتي:

- معيار المعلومات Akaike (1973) .

$$\sigma^2 \text{AIC}_p = T \log(\hat{\sigma}^2) + 2p \dots (5)$$

- معيار معلومات Schwarz (1978) .

$$\sigma^2 \text{SIC}_p = \log(\hat{\sigma}^2) + T^{-1} p \log(T) \dots (6)$$

- معيار معلومات Hannan-Quinn (1979) .

$$\sigma^2 \text{HQC}_p = \log() + 2 T^{-1} p \log(\log(T)) \dots (7)$$

• معيار خطأ التنبؤ النهائي (Akaike 1979).

$$\sigma^2 \text{FPE}_p = [(T + p)/(T - P)] \dots (8)$$

• معيار المعلومات Akaike المصحح (Hurvish and Tsai 1989).

$$\sigma^2 \text{AICC}_p = T \log() + T [(1 + p/T)/(1 - (p+2)/T)] \dots (9)$$

وتمثل P عدد المعلمات المقدرة في انموذج الانحدار الذاتي $(AR(p))$ ، و T تمثل حجم العينة، ويكون σ^2 التباين المقدر من البواقي المقدرة للانموذج (ϵ_t) ويحسب على وفق الصيغة :

$$\sigma^2 = (T - p - 1)^{-1} \sum_{t=1}^T \epsilon_t^2 \dots (10)$$

4. الجانب التجريبي

لغرض دراسة معايير المعلومات المتقدم ذكرها في المبحث (3) والمقارنة فيما بينها والمستعملة لتقدير الرتبة الفعلية للسلسلة الزمنية التي يتم نمذجتها بأنموذج الانحدار الذاتي، فقد تم بناء تجارب المحاكاة ذات الفروض والمواصفات التالية:

1. تم استعمال احجام العينات $T=50, 100, 200, 400$.
2. تم استعمال أنموذج الانحدار الذاتي $(AR(p))$ المتقدم ذكره بالصيغة (1)، عندما تكون الرتبة $p=1, 2$ لتوليد السلاسل الزمنية في حالات الاستقرارية من انموذج $AR(1)$ بقيم للمعلمة $\alpha_1 = -0.7, -0.4, -0.1, 0.1, 0.4, 0.7$. ولتوليد السلاسل الزمنية من انموذج $AR(2)$ المستقر، فقد تم افتراض قيم معلمات الانموذج $(\alpha_1, \alpha_2) = (-0.8, 0.1), (-0.5, 0.4), (0.5, 0.4), (0.8, 0.1)$.
3. تم افتراض التوزيع الطبيعي القياسي بالمعلمتي $\epsilon_t \sim \text{Normal} (\mu = 0, \sigma^2 = 1)$ كتوزيع لحد الخطاء لانموذج $AR(p)$ المتقدم ذكره بالصيغة (1).

4. فضلا عن اعتماد انموذج $AR(1)$ على وفق الصيغة $X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$ وبقيمنتين $\alpha_1 = -0.7, 0.5$ وكذلك اعتماد انموذج $AR(2)$ على وفق الصيغة ε_t ، $X_t = -0.5X_{t-1} + 0.4X_{t-2} + \varepsilon_t$ عند خضوع متغير حد الخطاء لأنموذج $ARCH(q)$ ، عندما تكون $q=1,2$ وكما مبين ادناه.

$$\bullet \varepsilon_t = z_t \sqrt{0.01 + 0.4\varepsilon_{t-1}^2}$$

$$\bullet \varepsilon_t = z_t \sqrt{0.2 + 0.2\varepsilon_{t-1}^2}$$

$$\bullet \varepsilon_t = z_t \sqrt{0.01 + 0.2\varepsilon_{t-1}^2 + 0.2\varepsilon_{t-2}^2}$$

$$\bullet \varepsilon_t = z_t \sqrt{0.2 + 0.2\varepsilon_{t-1}^2 + 0.2\varepsilon_{t-2}^2}$$

لكل النماذج $ARCH(q)$ المتقدم ذكرها اعلاه، يعرف z_t بانه متغير عشوائي يخضع للتوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين مقداره واحد، اي ان $z_t \sim Normal(0, 1)$.

5. وكذلك تحت افتراض تغيير في بنية متغير حد الخطاء، اذ يتم توليد الجزء الاول من حجم العينة بمقدار $(T/2)$ من التوزيع الطبيعي $(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$ $\varepsilon_t \sim Normal$ ، ثم توليد الجزء الاخير من حجم العينة بمقدار $(T/2)$ من التوزيع الطبيعي $\varepsilon_t \sim Normal(\mu, \sigma^2 = 1)$ with $\mu = 1, 2, 3$ ، ولنفس قيم المفترضة لمعاملات الأنموذجين $AR(1)$ و $AR(2)$ في الفقرة (2).

6. ثم يتم اجراء التجارب المختلفة وفقا لجميع التوليفات الممكنة للفروض المتقدم ذكرها اعلاه من خلال تكرار هذا التوليد للسلاسل الزمنية لـ 500 مرة لكل تجربة ولكل حجم عينة (T) .

7. وتم تقدير معايير المعلومات المتقدم ذكرها في المبحث (3) والمستعملة لتقدير رتبة انموذج $AR(p)$ ، من خلال توليد مشاهدات تخضع لأنموذج $AR(p)$ برتبة $p=1,2$

على وفق الفروض المتقدم ذكرها اعلاه، وتكرار هذا التوليد لـ 500 مره ولكل حجم عينة (T) للحصول على متجة المشاهدات (x_t) ، ثم نمذجته بنماذج الانحدار الذاتي اي تقدير انموذج AR(1) ولغاية انموذج AR(6) بطريقة Yule-walker، وقد استخدم الـ Matlab لكتابة برامج البحث للحصول على النتائج. أذ سلاحظ في كل مرة ما الذي ستؤول اليه نتائج التقدير لـ p والتي تم افتراضها في البحث بـ P=1,2 من خلال المقاييس المدونة بالفقرة ادناه.

8. حساب تقدير الاحتمالات لكل معيار من معايير المعلومات المتقدم ذكرها في المبحث (3) وكما يلي :-

• تقدير الاحتمال الصحيح $\Pr(\hat{p} = p)$ على وفق الصيغة الاتية:

500 / [عدد مرات توافق الرتبة المقدرة مع الرتبة الفعلية للأنموذج الذي ولدت منه

$$\Pr(\hat{p} = p) = [\text{البيانات}]$$

• تقدير احتمال تقدير رتبة اكبر من الرتبة الفعلية $\Pr(\hat{p} > p)$ على وفق الصيغة الاتية:

500 / [عدد مرات تقدير رتبة اعلى من الرتبة الفعلية للأنموذج الذي ولدت منه البيانات =

$$[\Pr(\hat{p} > p)]$$

• تقدير احتمال تقدير رتبة ادنى من الرتبة الفعلية $\Pr(\hat{p} < p)$ على وفق الصيغة الاتية:

500 / [عدد مرات تقدير رتبة ادنى من الرتبة الفعلية للأنموذج الذي ولدت منه البيانات =

$$[\Pr(\hat{p} < p)]$$

• تقدير متوسط مربعات الخطاء (MSE) في تقدير رتبة الانموذج ويحسب على وفق الصيغة الاتية:

$$MSE = \sum_{i=1}^{500} (\hat{p}_i - p)^2 / 500$$

حيث ان \hat{p}_i تمثل رتبة النموذج الانحدار الذاتي على وفق اقل قيمة من قيم كل معيار من معايير المعلومات المحتسبة عند الرتب من $p=1$ الى $p=6$. أذ يكون المعيار فعال عند تجاوز القيمة الاحتمالية $\Pr(\hat{p} = p)$ باكثر من نصف عدد المرات من 500 سلسلة مولدة من الانموذج الذي تم توليد البيانات منه والتي يرافقها انخفاض في قيمة MSE .

4.1 استعراض النتائج التجريبية

في هذا المبحث سنعرض النتائج التي تم الحصول عليها وتحليلها حسب توزيع متغير حد الخطاء لأنموذج الانحدار الذاتي وتقدير رتبة نماذج AR ، وذلك عند استعمال معايير المعلومات المتقدم ذكرها في المبحث (3) لتحديد رتبة الانموذج عند احجام عينات مختلفة T .

اولاً: بافتراض قيم مختلفة لمعلمات أنموذج $AR(1)$ وخضوع متغير حد الخطاء للتوزيع الطبيعي القياسي $(\varepsilon_t \sim \text{Normal}(\mu = 0, \sigma^2 = 1))$ ، نلاحظ من النتائج الواردة

في جدول (1) في الملحق وبشكل عام نلاحظ

- بان كل معايير المعلومات المعتمدة في المقارنة في هذا البحث تنجح في تقدير الرتبة الفعلية لأنموذج باكثر من نصف عدد المرات من 500 سلسلة مولدة ولكل احجام العينات.
- تفوق معيار $AICC$ على المعيارين FPE و AIC الذين كان لهما اداء متطابق تقريبا، تميل تلك المعايير المتقدم ذكرها الى المغالات في تقدير الرتبة لأنموذج الذي ولدت منه البيانات ولكل احجام العينات.
- الأداء المتميز للمعيارين SIC و HQC على أداء بقية معايير المعلومات في تقدير الرتبة الفعلية لأنموذج، اذ يتحسن ادائهما بزيادة حجم العينة ويرافقها احتمالية منخفضة للمغالات في تقدير الرتبة مقارنة مع نفس الاحتمالية المستحصلة عند استعمال بقية المعايير. وان زيادة الاحتمالية للتقدير الصحيح لرتبة الأنموذج يرافقها انخفاض في قيمة MSE ولكل حجوم العينات.

ثانياً: بافتراض قيم مختلفة لمعاملات أنموذج $AR(2)$ وخضوع متغير حد الخطأ للتوزيع الطبيعي القياسي ($\epsilon_t \sim \text{Normal}(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$)، نلاحظ من النتائج الواردة في جدول (2) في الملحق وبشكل عام نلاحظ نجاح كل معايير المعلومات المعتمدة في المقارنة في هذا البحث في تقدير الرتبة الفعلية للأنموذجين $(-0.5, 0.4)$ و $(0.5, 0.4)$ وفشلها في تقدير الرتبة الفعلية للأنموذجين $(-0.8, 0.1)$ و $(0.8, 0.1)$ ، وتميل تلك المعايير الى تقدير رتبة ادني من الرتبة الفعلية للأنموذجين المتقدم ذكرهما بقيم احتمالية متناقصة بزيادة حجم العينة.

ثالثاً: لأنموذج $AR(1)$ على وفق الصيغة $x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \epsilon_t$ وبقيمتين لـ $\alpha_1 = -0.7, 0.5$ ، وعند خضوع متغير حد الخطأ لأنموذج $ARCH(q)$ برتبة $q=1, 2$ على وفق الصيغ المبينة في الفقرة (4) في المبحث (4). ومن النتائج الواردة في جدول (3) في الملحق. نلاحظ بانه يمكن تعميم اغلب ماتقدم ذكره لنماذج $AR(1)$ المفترضة عند خضوع متغير حد الخطأ للتوزيع الطبيعي المعلمتين ($\mu = 0, \sigma^2 = 1$).

اما لأنموذج $AR(2)$ على وفق الصيغة $x_t = -0.5x_{t-1} + 0.4x_{t-2} + \epsilon_t$ ، وعند خضوع متغير حد الخطأ لأنموذج $ARCH(q)$ برتبة $q=1, 2$ على وفق الصيغ المبينة في الفقرة (4) في المبحث (4). ومن النتائج الواردة في جدول (4) في الملحق، نلاحظ بان كل من المعيار AIC و FPE و $AICC$ تميل الى المغالات في تقدير الرتبة الفعلية لأنموذج $AR(2)$ المفترض في البحث.

رابعاً: وكذلك تحت افتراض تغير في بنية متغير حد الخطأ، اذ تم توليد الجزء الاول من حجم العينة بمقدار $(T/2)$ من التوزيع الطبيعي ($\epsilon_t \sim \text{Normal}(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$)، ثم توليد الجزء الاخير من حجم العينة بمقدار $(T/2)$ من التوزيع الطبيعي $\epsilon_t \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2 = 1)$ with $\mu = 1, 2, 3$ ، ولنفس قيم المفترضة لمعاملات الأنموذجين $AR(1)$ و $AR(2)$ في الفقرة (2). وقد لخصت النتائج في الجدولين (5, 6) في الملحق، وقد تضمن جدول (5) القيم التجريبية الاحتمالية للتقدير الصحيح لرتبة

الأنموذج $\Pr(\hat{p} = p)$ ، لأنموذج $AR(1)$ ولكل قيم α_1 المفترضة في البحث، وبشكل عام نلاحظ منه بانه لكل نماذج $AR(1)$ ولكل قيم α_1 المفترضة في البحث وعند حصول تغيير في بنية متغير حد الخطاء و خضوعه للتوزيع الطبيعي ($\mu = 0, 1$) عندما تكون $\mu = 1, 2, 3$ ، نلاحظ فشل كل معايير المعلومات في تقدير الرتبة الفعلية لنماذج $AR(1)$ ولكل قيم α_1 السالبة ولكل قيم T و μ . في حين نلاحظ نجاح بعض المعايير في تقدير الرتبة الفعلية باكثر من نصف عدد المرات من 500 مره لنماذج $AR(1)$ ولكل قيم α_1 الموجبة عند بعض القيم لـ T و μ . وعموما تزداد القيم الاحتمالية $\Pr(\hat{p} = p)$ بزيادة قيمة α_1 الموجبة وثبات حجم العينة. ويتحسن اداء تلك المعايير بزيادة حجم التغير في بنية متغير حد الخطاء μ ، كما مبين في جدول (5) عندما تكون معلمة انموذج $AR(1)$ مساوية لـ $\alpha_1 = 0.7$ ، وتتناقص تلك القيم بزيادة حجم العينة. كما نلاحظ الاداء المتميز لمعيار SIC مقارنة ببقية معايير المعلومات ثم يليه في جودت الاداء معيار HQC ثم معيار $AICC$ واخيرا المعيارين AIC و FPE الذين لهما اداء متطابق ولأغلب قيم T و μ .

اما لنماذج $AR(2)$ الاربعة المفترضة في البحث، فنلاحظ فشل كل معايير المعلومات في تقدير الرتبة الفعلية للأنموذج $(-0.8, 0.1)$ ولكل حجوم العينات ولكل قيم μ . في حين تقدر كل المعايير الرتبة الفعلية باكثر من نصف عدد المرات من 500 سلسلة مولده للأنموذج $(0.8, 0.1)$ عند حجم العينة $T=400$ و لقيمة $\mu = 1$ فقط. ونلاحظ الاداء المتميز للمعيارين SIC و HQC مقارنة ببقية المعايير المعتمدة لأنموذج $(-0.5, 0.4)$ عند حجم العينة $T=50$ ولكل قيم μ ، وعموما يمكن القول بان اداء تلك المعايير يتحسن بزيادة حجم التغير في بنية متغير حد الخطاء μ وصغر حجم العينة. اما لأنموذج $(0.5, 0.4)$ فان كل معايير المعلومات تنجح في تقدير الرتبة الفعلية باكثر من نصف عدد المرات من 500 مره ولكل قيم T عندما تكون $\mu = 1$ ، ولا يزال اداء المعيارين SIC و HQC متفوق على اداء

بقية المعايير المعتمدة في تقدير الرتبة الفعلية لحجوم العينات 200 فما فوق عندما تكون $\mu = 2$ ، بخلاف بقية المعايير التي تقدر الرتبة الفعلية بأكثر من نصف عدد المرات من 500 مره لحجم العينة $T=400$ عندما تكون $\mu = 2$ ، وان اداء تلك المعايير يتحسن كلما زاد حجم العينة وصغر حجم التغير في بنية متغير حد الخطاء μ .

5. الاستنتاجات

تناولنا في هذا البحث معايير المعلومات التقليدية متضمنة معيار AIC و FPE و SIC و HQC مقارنة بمعيار AICC لغرض تحديد اي معيار ممكن استعماله في تقدير الرتبة الملائمة للأنموذج باقل عدد من الملعومات ووفقا لكل النماذج المفترضة في البحث، وبصورة عامة تم التوصل الى مايلي :

- تميل معايير المعلومات AICC و AIC و FPE الى المغالات في تقدير الرتبة الفعلية للسلسلة الزمنية المولدة من أنموذج AR(1) عند خضوع متغير حد الخطاء للتوزيع الطبيعي وغير الطبيعي ARCH(q) برتبة $q=1,2$ ، ونلاحظ بان هناك اداء متميز للمعيارين SIC و HQC في تقدير الرتبة الفعلية للسلسلة الزمنية المولدة. اما في حالة حصول تغيير في بنية متغير حد الخطاء اي عندما تكون $\epsilon_t \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2 = 1)$ with $\mu = 1,2,3$ فـ ان اداء كل معايير المعلومات المعتمدة في المقارنة يتحسن بزيادة قيمة α_1 الموجبة وللحجوم الصغيرة من العينات، وبزيادة قيمة حجم التغير في متوسط حد الخطاء μ .
- ونلاحظ فشل كل معايير المعلومات في تقدير الرتبة الفعلية للسلسلة الزمنية المولدة التي ولدت من أنموذج AR(2) عندما تقترب قيمة α_1 السالبة والموجبة من الواحد عند خضوع متغير حد الخطاء للتوزيع الطبيعي، وقد يكون مبررا كافيا لما تم التوصل اليه لأنموذج $X_t = -0.5X_{t-1} + 0.4X_{t-2} + \epsilon_t$ ، اذ نلاحظ بان كل معايير المعلومات تقدر الرتبة الفعلية للأنموذج بأكثر من نصف عدد المرات من 500

سلسلة زمنية مولدة، عند خضوع متغير حد الخطاء لأنموذج **ARCH(q)** برتبة $q=1,2$ اما في حالة حصول تغيير في بنية متغير حد الخطاء اي عندما تكون $\epsilon_t \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2 = 1)$ with $\mu = 1,2,3$ فإذ ان تلك المعايير يتحسن بزيادة قيمة حجم التغير في قيمة متوسط حد الخطاء (μ) لقيمة $\alpha_1 = -0.5$ وبالعكس منه لنفس قيمة α_1 الموجبة. في حين تفشل كل المعلومات المعتمدة في المقارنة في تقدير الرتبة الفعلية لأنموذج **AR(2)** عندما تقترب قيمة α_1 السالبة من الواحد وبعبارة لقيم α_1 الموجبة عندما تكون $\mu = 1$.

References

1. Liew, K. S. (2000). The performance of AICC as lag length determination criterion in the selection of ARMA time series models. Unpublished Thesis, Department of Mathematics, Universiti Putra Malaysia.
2. Liew Khim Sen & Mahendran Shitana., (2002). The Performance of AICC as an Order Selection Criterion in ARMA Time Series Models. *Pertanika J. Sci. & Techno*; 10(1): 25-33 .
3. Liew, Venus Khim- Sen (2004). Which Lag Length Selection Criteria Should We Employ?. *Economics Bulletin*, 3(33), 1-9.
4. Zahid Asghar1, Irum Abid2, (2007). Performance of Lag Length Selection Criteria in Three Different Situations. (By internet), *interstat journals. Net/year 2007/articles*.
5. Poskitt, D. S. & Grose, S.D., (2006). The Finite-Sample Properties of Autoregressive Approximations of Fractionally-

Integrated and Non-Invertible Processes.(By internet)
[.www.buseco.monash.edu.au/ebs/work_papers/2006/15-06](http://www.buseco.monash.edu.au/ebs/work_papers/2006/15-06).

6. Priestley, M. B. (1981). Spectral Analysis and time series, vol. I and II Academic press. London. p 345-354.
7. Wei, w.w.s. (1990), Time series Analysis: Univariate and Multivariate methods, Addison- wesly publishing –Inc., U.S.A. p135-136.

تابع الجدول (1)

Model (θ_1)	HOC															
	Pr ($\hat{p} = p$)			Pr ($\hat{p} > p$)			Pr ($\hat{p} < p$)			MSE						
	50	100	200	400	50	100	200	400	50	100	200	400	50	100	200	400
	تقدير المتباينة T															
-0.7	0.742	0.798	0.81	0.816	0.258	0.202	0.19	0.184	0	0	0	0	1.614	0.976	0.602	0.692
-0.4	0.728	0.804	0.862	0.87	0.272	0.196	0.138	0.13	0	0	0	0	1.924	0.894	0.556	0.49
-0.1	0.728	0.8	0.836	0.858	0.272	0.2	0.164	0.142	0	0	0	0	1.754	0.996	0.776	0.552
0.1	0.724	0.794	0.844	0.844	0.276	0.206	0.154	0.156	0	0	0	0	1.478	1.042	0.576	0.624
0.4	0.73	0.822	0.818	0.846	0.27	0.178	0.182	0.154	0	0	0	0	1.316	0.8	0.618	0.568
0.7	0.722	0.822	0.84	0.844	0.278	0.178	0.16	0.156	0	0	0	0	1.492	0.858	0.52	0.638
	AICC															
-0.7	0.684	0.642	0.6	0.638	0.316	0.358	0.4	0.362	0	0	0	0	2.148	2.42	2.546	2.814
-0.4	0.652	0.676	0.674	0.622	0.348	0.324	0.326	0.378	0	0	0	0	2.738	2.308	2.184	2.994
-0.1	0.654	0.644	0.632	0.646	0.346	0.356	0.368	0.354	0	0	0	0	2.334	2.718	2.654	2.408
0.1	0.642	0.636	0.622	0.614	0.358	0.364	0.378	0.386	0	0	0	0	2.13	2.754	2.808	2.47
0.4	0.658	0.648	0.634	0.572	0.342	0.352	0.366	0.428	0	0	0	0	1.844	2.26	2.39	3.114
0.7	0.672	0.686	0.66	0.582	0.328	0.314	0.34	0.418	0	0	0	0	1.934	2.12	2.25	3.036

جدول (2) يمثل القيم التوزيعية الاحصائية للتقدير الصحيح لرتبة النموذج $Pr(p=p)$ والتقديرية لغير رتبة النموذج $Pr(p>p)$ والتقديرية لغير رتبة النموذج $Pr(p<p)$ ،
 ويتم متوسط مربعات الخطأ التقديرية من (MSE) تقدير رتبة النموذج AR(2) وثالث عند استعمال المعايير (AIC,HQC, SIC, FPE,AIC) لتقدير رتبة النموذج،
 عند احتساب عينات مختلفة T وتم خطية لتطبيق النموذج (AR(2) المستقر (α_1, α_2)) ، وثالث عند مجموع معيار حد الخطأ المتوزع $N(0, 1)$ ،
 $E_1 \sim Normal(0, 1)$.

Model (α_1, α_2)	AIC												MSE			
	$Pr(p=p)$				$Pr(p>p)$				$Pr(p<p)$							
	50	100	200	400	50	100	200	400	50	100	200	400				
(-8, -1)	0.162	0.206	0.306	0.460	0.248	0.260	0.264	0.316	0.590	0.534	0.430	0.224	2.220	1.940	2.072	2.154
(-5, -4)	0.558	0.678	0.60	0.656	0.354	0.312	0.4	0.344	0.088	0.01	0	0	2.346	1.612	2.522	1.986
(-5, -4)	0.560	0.624	0.652	0.604	0.334	0.370	0.348	0.396	0.106	0.006	0	0	1.858	2.084	2.286	2.322
(-8, -1)	0.154	0.262	0.304	0.462	0.250	0.254	0.304	0.316	0.596	0.484	0.392	0.222	2.242	1.808	2.014	2.022
	FPE															
(-8, -1)	0.162	0.204	0.306	0.46	0.248	0.26	0.264	0.316	0.59	0.536	0.43	0.224	2.206	1.942	2.072	2.154
(-5, -4)	0.558	0.68	0.60	0.656	0.354	0.31	0.4	0.344	0.088	0.01	0	0	2.346	1.58	2.522	1.986
(-5, -4)	0.564	0.624	0.652	0.604	0.33	0.37	0.348	0.396	0.106	0.006	0	0	1.818	2.084	2.286	2.322
(-8, -1)	0.154	0.262	0.304	0.462	0.25	0.254	0.304	0.316	0.596	0.484	0.392	0.222	2.242	1.808	2.014	2.022
	SIC															
(-8, -1)	0.1	0.112	0.158	0.288	0.056	0.022	0.02	0.012	0.844	0.866	0.822	0.7	1.124	0.888	0.848	0.712
(-5, -4)	0.646	0.874	0.946	0.958	0.1	0.076	0.052	0.042	0.254	0.05	0.002	0	0.576	0.184	0.124	0.086
(-5, -4)	0.638	0.862	0.952	0.958	0.106	0.084	0.048	0.042	0.256	0.054	0	0	0.492	0.218	0.11	0.07
(-8, -1)	0.084	0.148	0.18	0.302	0.048	0.02	0.022	0.02	0.858	0.832	0.798	0.678	0.964	0.9	0.832	0.72

تابع لتعداد (2)

Model (θ_1, θ_2)	HOC															
	Pr ($\hat{p} = p$)			Pr ($\hat{p} > p$)			Pr ($\hat{p} < p$)			MSE						
	50	100	200	400	50	100	200	400	50	100	200	400	50	100	200	400
	تعداد العتاد T															
(-8, .1)	0.134	0.168	0.244	0.448	0.124	0.098	0.084	0.074	0.742	0.734	0.672	0.478	1.374	1.072	0.876	0.686
(-5, .4)	0.626	0.81	0.816	0.856	0.226	0.172	0.182	0.144	0.148	0.018	0.002	0	1.236	0.536	0.724	0.534
(.5, .4)	0.648	0.764	0.834	0.848	0.192	0.214	0.166	0.152	0.16	0.022	0	0	0.88	0.708	0.616	0.468
(.8, .1)	0.14	0.222	0.28	0.458	0.136	0.096	0.102	0.088	0.724	0.682	0.618	0.454	1.564	1.11	0.93	0.75
	AICC															
(-8, .1)	0.150	0.206	0.306	0.468	0.182	0.230	0.250	0.304	0.668	0.564	0.444	0.228	1.620	1.666	1.906	2.048
(-5, .4)	0.618	0.704	0.82	0.862	0.274	0.286	0.38	0.338	0.108	0.01	0	0	1.498	1.404	2.348	1.988
(.5, .4)	0.634	0.662	0.676	0.616	0.238	0.328	0.324	0.384	0.128	0.010	0	0	1.078	1.674	2.040	2.180
(.8, .1)	0.164	0.266	0.304	0.474	0.186	0.218	0.288	0.298	0.650	0.516	0.408	0.228	1.650	1.460	1.898	1.838

جدول (3) يمثل القيم التجريبية لأداء النماذج الخمسة لرتبة الأمواج (p) والتنبؤية لرتبة من رتبة الأمواج (p) والتنبؤية لرتبة من رتبة الأمواج (p) باستخدام (AIC, HOC, SIC, FPE, AIC) لتقدير رتبة الأمواج عند Pr (p < p) وقيم من مستوى درجات الخطأ التجريبية (MSE) لتقدير رتبة الأمواج AR(1) وذلك عند خضوع متغير عد الخطأ الأمواج (AR(1)) المستقر (C.I). وذلك عند خضوع متغير عد الخطأ الأمواج (AR(1)) المستقر (C.I). وذلك عند خضوع متغير عد الخطأ الأمواج (AR(1)) المستقر (C.I). وذلك عند خضوع متغير عد الخطأ الأمواج (AR(1)) المستقر (C.I).

Model (α)	X _t = -0.7X _{t-1} + ε _t where ε _t = z _t √(0.01+0.4ε _{t-1} ²) & z _t ~ Normal(0,1)													
	Pr (p > p)					Pr (p < p)					MSE			
Criteria	50	100	200	400	50	100	200	400	50	100		200	400	
AIC	0.586	0.562	0.542	0.55	0.414	0.438	0.458	0.45	0	0	3.222	3.356	3.464	3.76
FPE	0.586	0.562	0.542	0.55	0.414	0.438	0.458	0.45	0	0	3.204	3.326	3.458	3.76
SIC	0.852	0.866	0.896	0.902	0.148	0.134	0.104	0.098	0	0	0.566	0.684	0.37	0.398
HOC	0.706	0.742	0.754	0.756	0.294	0.268	0.246	0.244	0	0	1.796	1.478	1.174	1.218
AICC	0.636	0.582	0.564	0.558	0.364	0.418	0.436	0.442	0	0	2.3	2.874	3.266	3.63
	X _t = -0.7X _{t-1} + ε _t where ε _t = z _t √(0.2+0.2ε _{t-1} ²) & z _t ~ Normal(0,1)													
AIC	0.616	0.562	0.606	0.602	0.384	0.438	0.394	0.398	0	0	3.146	3.792	2.676	3.1
FPE	0.616	0.562	0.606	0.602	0.384	0.438	0.394	0.398	0	0	3.114	3.792	2.676	3.1
SIC	0.856	0.896	0.944	0.934	0.144	0.104	0.086	0.066	0	0	0.572	0.36	0.202	0.176
HOC	0.738	0.76	0.812	0.816	0.262	0.24	0.188	0.184	0	0	1.54	1.302	0.866	0.896
AICC	0.684	0.59	0.62	0.612	0.316	0.41	0.38	0.398	0	0	1.87	3.21	2.54	2.99
	X _t = -0.7X _{t-1} + ε _t where ε _t = z _t √(0.01+0.2ε _{t-1} ² +0.2ε _{t-2} ²) & z _t ~ Normal(0,1)													
AIC	0.602	0.588	0.606	0.566	0.398	0.412	0.394	0.434	0	0	3.918	4.106	3.358	3.112
FPE	0.602	0.588	0.606	0.566	0.398	0.412	0.394	0.434	0	0	3.918	4.106	3.358	3.112
SIC	0.852	0.902	0.936	0.934	0.148	0.088	0.064	0.066	0	0	0.678	0.408	0.13	0.164
HOC	0.714	0.762	0.81	0.814	0.286	0.238	0.19	0.186	0	0	2.338	1.892	1.072	0.97
AICC	0.664	0.612	0.62	0.58	0.336	0.388	0.38	0.42	0	0	2.752	3.402	3.146	2.864
	X _t = -0.7X _{t-1} + ε _t where ε _t = z _t √(0.2+0.2ε _{t-1} ² +0.2ε _{t-2} ²) & z _t ~ Normal(0,1)													
AIC	0.6	0.588	0.584	0.552	0.4	0.402	0.416	0.448	0	0	3.374	3.446	3.336	3.778
FPE	0.6	0.588	0.584	0.552	0.4	0.402	0.416	0.448	0	0	3.374	3.414	3.336	3.778
SIC	0.872	0.914	0.928	0.924	0.128	0.088	0.072	0.076	0	0	0.576	0.374	0.174	0.224
HOC	0.756	0.792	0.778	0.778	0.244	0.208	0.208	0.222	0	0	1.65	1.208	0.998	1.088
AICC	0.672	0.642	0.592	0.558	0.328	0.358	0.406	0.442	0	0	2.086	2.752	3.14	3.622

تبع جدول (3)

Model (α_1)	$X_t = 0.5X_{t-1} + \epsilon_t$ where $\epsilon_t = z_t \sqrt{0.01 + 0.4\epsilon_{t-1}^2}$ & $z_t \sim \text{Normal}(0, 1)$																
	Pr ($\hat{p} > p$)				Pr ($\hat{p} < p$)				Pr ($\hat{p} > p$)								
	50	100	200	400	50	100	200	400	50	100	200	400	50	100	200	400	
Criteria	MSE																
AIC	0.586	0.628	0.59	0.57	0.404	0.372	0.41	0.43	0	0	0	0	0	3.756	2.848	3.156	3.65
FPE	0.588	0.628	0.59	0.57	0.402	0.372	0.41	0.43	0	0	0	0	0	3.738	2.848	3.156	3.65
SIC	0.852	0.894	0.918	0.928	0.148	0.106	0.082	0.074	0	0	0	0	0	0.858	0.384	0.346	0.284
HOC	0.724	0.78	0.77	0.786	0.276	0.22	0.23	0.214	0	0	0	0	0	1.96	1.152	1.238	1.064
AICC	0.656	0.66	0.612	0.572	0.344	0.34	0.368	0.428	0	0	0	0	0	2.59	2.426	2.788	3.578
	$X_t = 0.5X_{t-1} + \epsilon_t$ where $\epsilon_t = z_t \sqrt{0.2 + 0.2\epsilon_{t-1}^2}$ & $z_t \sim \text{Normal}(0, 1)$																
AIC	0.592	0.618	0.614	0.636	0.408	0.382	0.386	0.364	0	0	0	0	0	3.676	2.86	3.052	2.846
FPE	0.592	0.62	0.614	0.636	0.408	0.38	0.386	0.364	0	0	0	0	0	3.676	2.82	3.052	2.846
SIC	0.852	0.93	0.952	0.97	0.148	0.07	0.048	0.03	0	0	0	0	0	0.704	0.184	0.088	0.048
HOC	0.732	0.792	0.812	0.866	0.268	0.208	0.168	0.134	0	0	0	0	0	2.002	1.008	0.846	0.566
AICC	0.666	0.642	0.624	0.642	0.334	0.358	0.376	0.358	0	0	0	0	0	2.464	2.33	2.88	2.654
	$X_t = 0.5X_{t-1} + \epsilon_t$ where $\epsilon_t = z_t \sqrt{0.01 + 0.2\epsilon_{t-1}^2 + 0.2\epsilon_{t-2}^2}$ & $z_t \sim \text{Normal}(0, 1)$																
AIC	0.6	0.594	0.602	0.65	0.4	0.406	0.398	0.35	0	0	0	0	0	3.264	3.334	3.276	2.77
FPE	0.6	0.594	0.602	0.65	0.4	0.406	0.398	0.35	0	0	0	0	0	3.264	3.334	3.276	2.77
SIC	0.866	0.878	0.892	0.954	0.134	0.122	0.068	0.046	0	0	0	0	0	0.804	0.442	0.164	0.138
HOC	0.756	0.756	0.806	0.84	0.242	0.244	0.194	0.16	0	0	0	0	0	1.6	1.422	0.91	0.91
AICC	0.662	0.62	0.622	0.652	0.318	0.38	0.378	0.348	0	0	0	0	0	2.216	2.796	2.914	2.714
	$X_t = 0.5X_{t-1} + \epsilon_t$ where $\epsilon_t = z_t \sqrt{0.2 + 0.2\epsilon_{t-1}^2 + 0.2\epsilon_{t-2}^2}$ & $z_t \sim \text{Normal}(0, 1)$																
AIC	0.63	0.594	0.634	0.666	0.37	0.406	0.366	0.434	0	0	0	0	0	2.814	3.322	3.368	3.556
FPE	0.63	0.594	0.634	0.666	0.37	0.406	0.366	0.434	0	0	0	0	0	2.814	3.322	3.368	3.556
SIC	0.866	0.896	0.912	0.938	0.142	0.104	0.088	0.062	0	0	0	0	0	0.894	0.408	0.226	0.224
HOC	0.738	0.752	0.81	0.806	0.262	0.248	0.19	0.194	0	0	0	0	0	1.668	1.608	1.136	0.972
AICC	0.688	0.62	0.646	0.58	0.312	0.38	0.354	0.42	0	0	0	0	0	1.954	2.834	3.024	3.27

جدول (4) يمثل القيم العددية لأختصاصية للتدوير الصحيح لربط النموذج $(\hat{p} > p)$ بالتقدير لربط النموذج $(\hat{p} < p)$ بالتقدير لربط النموذج $(\hat{p} < p)$ ويتم متوسط قيم خطأ التقدير (MSE) لتقدير ربط النموذج $AR(1)$ وذلك عند استعمال المعايير (AIC, HOC, SIC, FPE, AIC) لتقدير ربط النموذج عند احتساب عناصر مختلف T ويتم مختلفه المعايير النموذج $AR(2)$ المستعمل $(0, 0, 0)$ وذلك عند خروج مؤشر حد الخطأ للمعيار $AR(2)$ ولتقريباً لمعادلة كل النموذج .

Model (0, 0, 0)	where $\epsilon_t = z_t \sqrt{0.01 + 0.4\epsilon_{t-1}^2}$ & $z_t \sim \text{Normal}(0, 1)$															
	$X_t = -0.5X_{t-1} + 0.4X_{t-2} + \epsilon_t$		$\text{Pr}(\hat{p} = p)$		$\text{Pr}(\hat{p} > p)$		$\text{Pr}(\hat{p} < p)$		MSE							
Criteria	50	100	200	400	50	100	200	400	50	100	200	400	50	100	200	400
AIC	0.482	0.592	0.628	0.604	0.376	0.372	0.396	0.142	0.036	0	0	0	2.62	1.948	1.878	2.282
FPE	0.486	0.596	0.628	0.604	0.372	0.368	0.372	0.396	0.142	0.036	0	0	2.604	1.922	1.868	2.282
SIC	0.552	0.792	0.908	0.94	0.128	0.106	0.086	0.06	0.32	0.102	0.006	0	1.004	0.452	0.216	0.158
HOC	0.55	0.734	0.812	0.816	0.262	0.206	0.188	0.184	0.188	0.06	0	0	1.676	0.824	0.636	0.686
AICC	0.538	0.624	0.644	0.616	0.3	0.336	0.356	0.364	0.162	0.04	0	0	1.942	1.584	1.734	2.148
	where $\epsilon_t = -0.5X_{t-1} + 0.4X_{t-2} + \epsilon_t$ & $z_t \sim \text{Normal}(0, 1)$															
AIC	0.53	0.602	0.632	0.642	0.32	0.378	0.368	0.358	0.175	0.02	0	0	2.15	2.248	2.21	1.946
FPE	0.53	0.602	0.632	0.642	0.32	0.378	0.368	0.358	0.15	0.02	0	0	2.15	2.248	2.21	1.946
SIC	0.596	0.818	0.938	0.962	0.09	0.06	0.062	0.058	0.314	0.102	0	0	0.628	0.464	0.21	0.096
HOC	0.566	0.726	0.84	0.848	0.216	0.226	0.16	0.152	0.218	0.048	0	0	1.348	1.074	0.604	0.622
AICC	0.558	0.628	0.648	0.65	0.26	0.346	0.352	0.35	0.182	0.026	0	0	1.536	1.816	2.04	1.894
	where $\epsilon_t = z_t \sqrt{0.01 + 0.2\epsilon_{t-1}^2 + 0.2\epsilon_{t-2}^2}$ & $z_t \sim \text{Normal}(0, 1)$															
AIC	0.482	0.572	0.582	0.56	0.36	0.4	0.406	0.42	0.146	0.028	0.002	0	2.522	2.602	2.542	2.464
FPE	0.492	0.572	0.592	0.58	0.358	0.4	0.406	0.42	0.15	0.028	0.002	0	2.462	2.602	2.542	2.464
SIC	0.55	0.786	0.906	0.94	0.144	0.112	0.084	0.06	0.306	0.102	0.01	0	0.898	0.418	0.256	0.172
HOC	0.55	0.708	0.784	0.81	0.25	0.234	0.21	0.19	0.2	0.058	0.006	0	1.586	1.022	0.668	0.9
AICC	0.552	0.596	0.606	0.586	0.274	0.374	0.39	0.414	0.174	0.03	0.004	0	1.682	2.234	2.384	2.406
	where $\epsilon_t = z_t \sqrt{0.2 + 0.2\epsilon_{t-1}^2 + 0.2\epsilon_{t-2}^2}$ & $z_t \sim \text{Normal}(0, 1)$															
AIC	0.506	0.586	0.62	0.588	0.37	0.322	0.36	0.432	0.124	0.018	0	0	2.558	1.818	2.078	2.856
FPE	0.508	0.662	0.62	0.568	0.368	0.32	0.38	0.432	0.124	0.018	0	0	2.528	1.816	2.078	2.66
SIC	0.586	0.83	0.928	0.95	0.114	0.1	0.07	0.05	0.3	0.07	0.002	0	0.632	0.366	0.158	0.14
HOC	0.554	0.782	0.804	0.802	0.246	0.2	0.196	0.198	0.2	0.048	0	0	1.538	0.762	0.66	0.754
AICC	0.56	0.682	0.64	0.584	0.288	0.298	0.36	0.416	0.152	0.02	0	0	1.782	1.492	1.848	2.426

جدول (5) يمثل القيم التنبؤية الاحتمالية للتغير المتصح لرتبة النموذج $Pr(p = \beta)$ ، التقديرية للنموذج $AR(1)$ وذلك عند استعمال المعايير $(AIC, HOC, SIC, FPE, AIC)$ لتقدير رتبة النموذج. عند احداث عينات مختلفة T وتم مختلفة لمتعلمة النموذج $AR(1)$ المستقر (α_1) وذلك عند حصولنا على قيم تنبؤية مختلفة للنموذج μ ، $\mu = 1, 2, 3$ و $\epsilon_t \sim Normal(\mu, 1)$ وذلك لعينات النموذج.

Criteria	μ	$\alpha_1 = -0.7$				$\alpha_1 = -0.4$				$\alpha_1 = -0.1$			
		50	100	200	400	50	100	200	400	50	100	200	400
AIC	1	0.1	0.008	0	0	0.12	0.012	0	0	0.17	0.012	0	0
	2	0	0	0	0	0.002	0	0	0	0.006	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0.008	0	0	0
FPE	1	0.102	0.008	0	0	0.12	0.012	0	0	0.174	0.012	0	0
	2	0	0	0	0	0.002	0	0	0	0.006	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0.008	0	0	0
SIC	1	0.322	0.1	0.006	0	0.388	0.142	0.004	0	0.466	0.214	0.026	0
	2	0	0	0	0	0.014	0	0	0	0.082	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0.054	0	0	0
HOC	1	0.202	0.022	0	0	0.204	0.036	0	0	0.286	0.072	0.004	0
	2	0	0	0	0	0.002	0	0	0	0.022	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0.014	0	0	0
AICC	1	0.144	0.01	0	0	0.152	0.012	0	0	0.22	0.018	0	0
	2	0	0	0	0	0.002	0	0	0	0.008	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0.012	0	0	0

نتیجہ جدول (5)

Criteria	μ	$\alpha_1 = 0.1$			$\alpha_1 = 0.4$			$\alpha_1 = 0.7$					
		50	100	200	400	50	100	200	400	50	100	200	400
AIC	1	0.24	0.054	0	0	0.396	0.166	0.008	0	0.646	0.418	0.194	0.026
	2	0.05	0	0	0	0.318	0.046	0	0	0.818	0.598	0.242	0.006
	3	0.07	0	0	0	0.53	0.06	0	0	0.86	0.80	0.464	0.05
FPE	1	0.24	0.054	0	0	0.396	0.166	0.008	0	0.646	0.418	0.194	0.026
	2	0.05	0	0	0	0.318	0.046	0	0	0.82	0.588	0.242	0.006
	3	0.07	0	0	0	0.53	0.06	0	0	0.86	0.806	0.464	0.05
SIC	1	0.58	0.288	0.04	0	0.746	0.562	0.226	0.016	0.886	0.812	0.704	0.458
	2	0.232	0.012	0	0	0.642	0.318	0.028	0	0.95	0.89	0.776	0.294
	3	0.24	0.008	0	0	0.782	0.372	0.018	0	0.978	0.97	0.886	0.488
HQC	1	0.396	0.114	0.008	0	0.554	0.312	0.064	0.002	0.754	0.624	0.454	0.134
	2	0.104	0	0	0	0.448	0.118	0.002	0	0.898	0.749	0.508	0.052
	3	0.108	0	0	0	0.662	0.158	0	0	0.928	0.912	0.712	0.196
AICC	1	0.316	0.064	0	0	0.45	0.184	0.008	0	0.692	0.458	0.216	0.028
	2	0.07	0	0	0	0.368	0.058	0	0	0.856	0.628	0.252	0.006
	3	0.082	0	0	0	0.596	0.078	0	0	0.902	0.826	0.48	0.052

جدول (6) يمثل القيم التوزيعية لأفضلية التفسير لجميع إزمنة الأمواج ($p=0$) نظرية السواء AR(2) وذلك عند استعمال المعايير (AIC, HOC, SIC, FPE, AIC) لتقدير زمنة الأمواج ($\mu = 1, 2, 3$) ونموذج AR(2) المتكامل [تتم مقارنة المعايير السبعة (θ_1, θ_2) وذلك عند مستوى تعريفي بنسبة مئوية الخطأ وحسوبة للتوزيع الطبيعي] $\mu = 1, 2, 3$ ونموذج المعلمات التوزيعية.

Criteria	μ	(-0.8,0.1)			(-0.5,0.4)			(0.5,0.4)			(0.8,0.1)						
		50	100	200	400	50	100	200	400	50	100	200	400				
AIC	1	0.212	0.04	0	0	0.4	0.16	0.024	0	0.558	0.702	0.718	0.694	0.116	0.206	0.41	0.534
	2	0.07	0	0	0	0.384	0.058	0	0	0.096	0.34	0.46	0.53	0.048	0.062	0.154	0.474
	3	0.08	0	0	0	0.586	0.122	0	0	0.016	0.062	0.178	0.176	0.038	0.086	0.05	0.142
FPE	1	0.212	0.042	0	0	0.402	0.16	0.024	0	0.558	0.704	0.718	0.694	0.116	0.206	0.41	0.534
	2	0.07	0	0	0	0.386	0.058	0	0	0.096	0.34	0.46	0.53	0.048	0.062	0.156	0.474
	3	0.08	0	0	0	0.588	0.122	0	0	0.016	0.062	0.178	0.176	0.038	0.086	0.05	0.142
SIC	1	0.438	0.294	0.056	0	0.72	0.58	0.256	0.02	0.474	0.662	0.964	0.968	0.052	0.07	0.216	0.53
	2	0.258	0.02	0	0	0.724	0.334	0.04	0	0.036	0.356	0.77	0.896	0.012	0.008	0.036	0.194
	3	0.27	0.014	0	0	0.826	0.486	0.062	0	0.002	0.026	0.398	0.582	0.004	0.01	0.006	0.022
HOC	1	0.314	0.122	0.01	0	0.55	0.338	0.084	0	0.532	0.804	0.89	0.886	0.096	0.142	0.34	0.644
	2	0.13	0.002	0	0	0.554	0.164	0.004	0	0.068	0.364	0.616	0.748	0.028	0.04	0.086	0.402
	3	0.142	0.002	0	0	0.7	0.254	0.006	0	0.018	0.04	0.318	0.366	0.016	0.048	0.014	0.078
AICC	1	0.274	0.054	0	0	0.504	0.19	0.028	0	0.564	0.732	0.728	0.708	0.112	0.198	0.408	0.54
	2	0.104	0	0	0	0.488	0.07	0	0	0.082	0.346	0.474	0.538	0.048	0.054	0.152	0.474
	3	0.132	0	0	0	0.654	0.144	0	0	0.016	0.06	0.19	0.176	0.024	0.084	0.044	0.142

On Information Criteria to determine the true lag for the Autoregressive models

Asst.Prof. Dr. Jinan Abbas Naser

Abstract

In this research ,we compare between the Information Criteria (Akaike, Final Prediction Error, Schwarz, Hannan-Quinn and the Akaike's information corrected criterion which developed by Hurvish and Tsai in 1989).In order to determine which criterion can be used to determine the probability of picking up the true lag for Autoregressive model for the data generating process from several Autoregressive models, when the error term for Autoregressive model is normally distributed and when the error term has ARCH(q) model with $q=1,2$ and also under structural break for error term .We obtained the results for different sample sizes by using simulation.