مقارنة طرائق توليد لأنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة باستخدام المحاكاة

م.جاسم حسن لازم*

المستخلص

عمليات بواسون غير المتجانسة تمتاز بتطبيقات واسعة في الكثير من المجالات العلمية ولاسيما مجالات أنظمة الاتصالات والمجالات الهندسية ونظرية صفوف الانتظار ونظرية المعولية والأنظمة القابلة للإصلاح وغيرها الكثير من الظواهر التي يرتبط حدوثها بتغير الزمن.

وفي هذا البحث تم مقارنة طريقتين لتوليد عمليات بواسون غير المتجانسة هما طريقة Melamed & Rubinstien وطريقة Joe , اذ تمت المقارنة عن طريق تقدير معلمات أنموذج دالة القوة Power Law Model $\lambda(t)$ لعمليات بواسون غير المتجانسة بطريقة تقدير الإمكان الأعظم MLE للحصول على أنموذج دالة القوة التقديري $\hat{\lambda}(t)$ وبالتالي يخضع الأنموذج الأخير لطريقتي التوليد لعمليات بواسون غير المتجانسة لبيان أفضلية الطريقتين.إذ أظهرت النتائج بان متوسط مربعات الخطأ لأنموذج دالة القوة التقديري $\hat{\lambda}(t)$ والمعتمد على طريقة توليدMelamed & Rubinstien لعمليات بواسون غير المتجانسة هو الأفضل لجميع حجوم العينات ولكافة القيم الافتراضية مما أعطى الأفضلية لطريقة توليدMelamed & Rubinstien لعمليات بواسون غير المتجانسة على طريقة Joe

الكلمات المفتاحية: عمليات بواسون غير المتجانسة ، Melamed & Rubinstien Method, Joe Method

*الكلية التقنية الأدارية /بغداد

1- المقدمة و هدف البحث

عمليات بواسون التي يكون فيها المعدل الزمني لحدوث الحوادث (نسبة الحدوث) $\lambda(t)$ متغيراً لكل قيم t أي أنها تتأثر بالزمن t في سلوكها،فأنها تسمى عمليات بواسون غير متجانسة (Non Homogeneous Poisson Process) .

أجريت الكثير من الدراسات حول عمليات بواسون , في عام (1993) قام الباحثون (Massey – Parker &Whitt) بمقارنة مقدرات طريقتي (WLS ,OLS) لعمليات بواسون غير المتجانسة لأنموذج الانحدار الخطي البسيط حيث قاموا بتجزئة الفترة [t, 0) إلى عدد من الفترات الجزئية [7] (Subintervals). وفي عام (1998) قام الباحثان (kuhl & Wilson) باستخدام الطرائق اللامعلمية لتقدير دالة القيمة المتوسطة (mean value function) لعمليات بواسون غير المتجانسة (NHPP) التي لها اتجاه عام طويل أو تأثيرات دورية وقد استخدم أسلوب المحاكاة لتقدير تلك الدالة [6]. وفي عام (2005) قام الباحثان (Mallas , Zhao) بتحليل نماذج الأنظمة القابلة للإصلاح الكاملة (complete repairable systems) لعمليات بواسون غير المتجانسة وكان ذلك من خلال استخدام طريقة الإمكان الأعظم [13]. وفي عام 2006 قام الباحث Shibata وآخرون بتطبيق المصفوفات التي تعتمد في نماذج المعولية البرمجية على نماذج عمليات بواسون غير المتجانسة

[11].Type equation here. وفي عام (2007) قام الباحث (Bjarte) بمقارنة عدد من دوال عمليات بواسون غير المتجانسة من خلال استخدام خاصية (Sufficiency) في تكوين اختبار حسن المطابقة المضبوط(Exact goodness-of fit test) لمعلمات عمليات بواسون غير المتجانسة (NHPP) [3].وفي نفس العام قام الباحثون Okamura , Tateishi , Dohi باستخدام الاستدلال الإحصائي لتوليد فيروس الحاسوب الذي يستخدم عمليات بواسون غير المتجانسة[9].وفي عام 2009 قام الباحث Honzhi وآخرون باستخدام أنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة على الصيانة للسيطرة على انواع حوادث الحريق[4].

وفي هذا البحث تم مقارنة طريقتين لتوليد أنموذج لعمليات بواسون غير المتجانسة لمعرفة الطريقة الأفضل من بين الطريقتين أعلاه.

2- عمليات بواسون غير المتجانسة Non Homogeneous Poisson Process [8] ,[12]

قبل الدخول في طرائق التوليد لابد لنا من تعريف عمليات بواسون غير المتجانسة وكما يلي:

عملية العد { N(t) , t ≥ 0 } يقال لها عمليات بواسون غير المتجانسة (NHPP) بدالة شدة (Intensity Function) λ (t) , t ≥ 0 إذا توافرت الشروط الآتية :-

(i) عدد الحوادث بالزمن صفر يساوي صفر N (0) =0.

(ii) عملية العد {N (t), t ≥ 0}اي عدد الحوادث بالزمن t لها زيادات مستقلة ولكنها غير مستقرة.

(iii) احتمال حدوث أكثر من حادثة في المدة الزمنية h يقترب من الصفر أي إن:

N(t+h) – N(t) ≥2}= O(h)

(iv) احتمال حدوث حادثة واحدة خلال الزمن h هو:

P {N(t+h) – N(t) =1 } = λ(t)h+ O(h)

3- طرائق التوليد

3-1 طريقة Melamed & Rubinstien [7]

في عام 1998 اعتمد الباحثان Melamed & Rubinstien على الخطوات التالية في توليد أنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة:

<u>خوارزمية Melamed & Rubinstien</u>

1- t=0 : I=0.

2- U(I)= RND.

3- $t = t - \frac{1}{P} LOG \quad (U\ (I))$.

4- إذا كانت $t > T$ اذهب إلى الخطوة رقم 9.

5- V(I)=RND.

6- إذا كانت $V(I) > \frac{\lambda(t)}{\lambda}$ ارجع إلى الخطوة رقم 2.

7- إذا كانت Z(I)=t اجعل I=I+1.

8- ارجع إلى الخطوة رقم 2.

9- النهاية.

3-2 طريقة Joe [4],[1]

في عام 1989 اعتمد الباحث Joe على الخطوات التالية وذلك بالاعتماد على توليد أزمنة البينية وتجميع تلك الأزمنة ثم اختبارها ثم قبول أو رفض تلك الأزمنة:

خوارزمية Joe

1- اجعل I=0.

2- I=I+1

3- U(I)=RND .

4- توليد زمن بيني يتبع التوزيع الآسي $E(I) = (-\frac{1}{P}) LOG\ (1 - U(I))$

5- T(I)=T(I)+E(I).

6- V(I)=RND.

7- إذا كانت $V(I) > \frac{\lambda(t)}{\lambda}$ ارجع إلى الخطوة رقم 2.

8- إذا كان I > N انتقل إلى الخطوة التالية وإلا ارجع إلى الخطوة 2.

9- النهاية.

4- أنموذج قانون القوة Power Law Model [1]

في عام1964 اقترح الباحث (Duane) أنموذج يسمى قانون القوة , كدالة للمعدل الزمني للحدث بمعلمتين α و β إذ تم استخدام هذا الأنموذج في توليد عمليات بواسون غير المتجانسة والدالة :-

$$\lambda(t) = \alpha\ \beta\ t^{\beta - 1} \qquad \text{.......... (1)}$$

إذ إن :

$$\alpha, \beta > 0$$
$$t \geq 0$$

إذ إن:

α تمثل معلمة القياس (Scale Parameter)

β تمثل معلمة الشكل (Shape parameter)

كما سيتم تقدير معالم هذا الأنموذج بطريقة الإمكان الأعظم وبالتالي تقدير الأنموذج كله.

5- طريقة الإمكان الأعظم Method of Maximum Likelihood Estimation [2]

تتميز هذه الطريقة بخصائص جيدة منها خاصية الثبات ويمكن تعريف التقدير بهذه الطريقة على انه قيم المعلمات التي تجعل دالة الإمكان الأعظم للمشاهدات في نهايتها العظمى .

لتكن $(x_1, x_2,.., x_n)$ عينة عشوائية بحجم n مسحوبة من مجتمع مفرداته تتوزع بحسب دالة شدة احتمالية لعملية بواسون غير المتجانسة وبدالة توزيع ذي معلمتين (α ,β) فان دالة الشدة الاحتمالية المشتركة لأزمنة الحدث $(t_1, t_2,.., t_n)$ هي:

$$f(t1, t2, ..., tn) = \prod_{i=1}^{n} \lambda(ti) \exp[-\int_{0}^{tn} \lambda(tu)du] \qquad .... (2)$$

وعند تعويض أنموذج قانون القوة ينتج لنا:

$$L(t_1,t_2,..,t_n) = \alpha^n \beta^n \prod_{i=1}^{n} t^{\beta-1} \exp(-\alpha \sum_{i=1}^{n} t^{\beta}) \qquad .... (3)$$

وبإدخال ln على المعادلة 3 ينتج لنا:

$$lnL(t_1,t_2,..,t_n) = nln\alpha + nln\beta + (\beta-1)\sum_{i=1}^{n} lnt_i - \alpha\sum_{i=1}^{n} t^{\beta} \quad ...(4)$$

$$\widehat{\alpha} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$\frac{\partial lnL}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} - \sum_{i=1}^{n} t^{\beta} = 0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = \frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^{n} lnt_i - \alpha \sum_{i=1}^{n} t^{\beta}\, lnt_i = 0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

$$\hat{\beta} = \frac{n}{\alpha \sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta} lnt_i - \sum_{i=1}^{n} lnt_i} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

لذلك يكون أنموذج دالة القوة التقديري هو

$$\hat{\lambda}(t) = \hat{\alpha}_{ml}\hat{\beta}_{ml}t^{\beta_{ml}-1} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

6- الجانب التجريبي

تم استخدام المحاكاة لغرض المقارنة بين الطرائق المختلفة تجريبيا , حيث يتميز هذا الأسلوب بالمرونة ويوفر الكثير من الوقت والجهد والمال وفيه يتم توليد البيانات نظريا من دون الحصول عليها عمليا وأيضا دون الإخلال بدقة النتائج المطلوبة وتتلخص هذه الطريقة بالخطوات التالية:

1- تحديد القيم الافتراضية: تم اختيار ثلاثة حجوم للعينات هي(25 , 50 , 100) واسُتخدمت قيم افتراضية لأوقات T لتوليد أنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة حسب الطريقة الأولى وكما يلي:

حجم العينة	T
25	12.9
50	30
100	65

كما تم تحديد قيم افتراضية لمعلمة الشكل β ومعـلمة القياس α كما تم افتـراض لقيمة P,λ وهــي $P=3, \lambda=0.5$ كما تم افتراض قيمة الأزمنة البينية t_i لأنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة الافتراضي $\lambda(t)$ كما في الجدول التالي:

t_i	α	β
1.5	0.5	0.8
		1.2
	0.7	0.8
		1.2
3.5	0.5	0.8
		1.2
	0.7	0.8
		1.2
4.5	0.5	0.8
		1.2
	0.7	0.8
		1.2
6	0.5	0.8
		1.2
	0.7	0.8
		0.8

2- توليد البيانات: تم توليد أزمنة لأنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة وحسب الطرائق المذكورة سابقا.

3- تم تعويض الأزمنة المتولدة لأنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة في صيغ طريقة الإمكان الأعظم لاستخراج القيمة المقدرة لمعلمتي الشكل والقياس $(\hat{\alpha},\hat{\beta})$ وبالتالي تعويض تلك القيم المقدرة في أنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة للحصول على أنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة مقدر, إذ تم تكرار التجربة إلى 1000 مرة.

4- مقياس المقارنة: تم الاعتماد على مقياس متوسط مربعات الخطأ وفق الصيغة التالية:

$$MSE\left(\hat{\lambda}(t)\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{\lambda}(t)-\lambda(t))^2}{L} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (10)$$

L= عدد مرات التجربة

$\hat{\lambda}(t)$ = مقدر الطريقة المعتمدة

$\lambda(t)$ =القيمة حسب الأسلوب المستخدم

إذ تم تكرار التجربة إلى (1000) مرة.

7-الاستنتاجات

1- بالاعتماد على الجداول تكون طريقة Melamed & Rubinstien لأنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة هي أفضل من طريقة Joe لنفس الأنموذج لجميع حجوم العينات ولكافة القيم الافتراضية وذلك لامتلاكها اقل متوسط مربعات الخطأ.

2- ظهور قيمة شاذة لمتوسط مربعات الخطأ لطريقة Melamed & Rubinstien عند الزمن t_i=1.5 ولقيم المعلمات الافتراضية $\alpha = 0.7, \beta = 1.2$ عند حجم العينة 50 وكذلك ظهور قيمة شاذة لمتوسط مربعات الخطأ لطريقة Joe عند الزمن t_i=6 ولقيم المعلمات الافتراضية $\alpha = 0.7, \beta = 1.2$ عند نفس حجم العينة.

3- يقل متوسط مربعات الخطأ كلما ازداد حجم العينة وهذا يتفق مع النظرية الإحصائية.

8- التوصيات

1- يوصي الباحث باعتماد طريقة توليدMelamed & Rubinstien لأنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة.

2-يوصي الباحث بمقارنة الطرائق المستخدمة في البحث بطرائق توليد اخرى لأنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة

المصادر

1- الحمداني,علي بندر ,(2009)," مقارنة تقديرات طريقتي(WLS &ML)لبعض نماذج عمليات بواسون غير المتجانسة "رسالة ماجستير- كلية الإدارة والاقتصاد – **جامعة بغداد**.

2- هرمز,أمير حنا , (1990),"الإحصاء الرياضي",كلية الإدارة والاقتصاد,**مطبعة جامعة الموصل**.

3-Bjarte,R.,(2007),"Exact statistical Inference in Non homogeneo- us Poisson Processes, Based on. Simulations" www.math.tamu.edu/~joel.zinn/papers/pois.pdf.

4- Honzhi, T., Junhui, Y.,Longji, H. and Feng, L.,(2009),"On- condition maintenance based on non-homogeneous Poisson process model", Journal International conference on Electronic measurement and amp, Instrument , pp:1-5\IEEE.

5- Joe, H .,(1989),"Statistical Inference for General Order Statistics and Non Homogeneous Poisson Processes Software Reliability Models ", IEEE Transaction on Software Engineering November 1989 (vol.15, No .11)pp.1485-1490.

6- Kuhl, M . E, Damerdji, and Wilson, J.R. (1998)."Least Squares Estimation of Non Homogeneous Poisson Processes", In Proceeding of The Winter Simulation Conference, eds.D.J. Medeiros, E.F. Watson J. S. Carson and M.s. Maniranran,637-645.

7- Massey, W. Parker, G. and Whitt, W.(1993),"Estimating The Parameters of Non Homogeneous Poisson Processes With Linear Rate", www.columbia.edu/~ww2040/rate.pdf.

8- Melamed ,B. and Rubinstein ,(1998),"Modern Simulation and Modeling ", John Wiley & Sons,Inc.

9- Okamura, H., Tateishi ,k. and Dohi,T.,(2007),"Statistical inference of computer virus propagation non-homogeneous Poisson process "Journal International symposium on software reliability ,pp:149-158\IEEE.

10- Rigdon,S.E.and Basu,A.P.,(2000),"Statistical Methods for the Reliability of Repairable Systems", John Wiley & Sons,Inc.

11-Shibata,K.,Rinsaka,K. and Dohi,T.,(2006),"Matrices –based software reliability models using non-homogeneous Poisson process" Journal International symposium on software reliability engineering,pp:52-61\IEEE.

12- Wong, H.L., Hsieh, S. H. and Tu,Y.H.,(2009),"Application of non Homogeneous Poisson Process modeling to containership arrival rate", Journal International conference on Innovative computing ,pp:849-854\IEEE.

13- Zhao, W., and Mallas, "Modeling and Analysis of Repairable Systems With General Repair". www.reliasoft.com/pubs/2005rm_07B_03.pdf.

جدول (ملحق)

قبل التطرق إلى الجدول لابد من توضيح بعض المصطلحات المستخدمة في الجدول:

$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$: متوسط مربعات الخطأ لأنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة والمعتمد على طريقة توليدMelamed & Rubinstien لنفس الأنموذج.

$MSE\ (\hat{\lambda}_2(t))$: متوسط مربعات الخطأ لأنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة والمعتمد على طريقة توليدJoe لنفس الأنموذج.

الجدول أدناه يبين نتائج التقدير لمتوسط مربعات الخطأ لأنمعمليات بواسون غير المتجانسة بواسطة طريقة MLE لحجوم العينات (25 , 50 , 100) وكما يلي:

جدول رقم (1)

يبين نتائج التقدير لمتوسط مربعات الخطأ لطريقة MLE لطرائق توليد أنموذج عمليات بواسون غير المتجانسة لحجوم العينات (100,50,25)

حجم العينة	t_i	α	β	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$	$MSE\ (\hat{\lambda}_2(t))$	الأفضل
25	1.5	0.5	0.8	5.512444E-03	5.664497E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	1.698272E-02	1.716816E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
		0.7	0.8	1.075384E-02	1.091185E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	3.324247E-02	3.345366E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
	3.5	0.5	0.8	3.948143E-03	4.100195E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	2.281527E-02	2.400047E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
		0.7	0.8	7.687811E-03	7.845822E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$

			1.2	4.663378E-02	4.684497E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
	4.5	0.5	0.8	3.577306E-03	3.729356E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	2.632853E-02	2.651397E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
		0.7	0.8	6.960969E-03	7.118979E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	5.156024E-02	5.177143E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
	6	0.5	0.8	3.196135E-03	3.348186E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	2.953367E-02	2.971911E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
		0.7	0.8	6.213876E-03	6.371886E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	5.784233E-02	5.805353E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
50	1.5	0.5	0.8	2.739165E-03	2.829859E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	8.478179E-03	8.56188E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
		0.7	0.8	5.356718E-03	5.437871E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	0.0166074	1.669497E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
	3.5	0.5	0.8	1.957013E-03	2.047708E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	1.189433E-02	1.197803E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
		0.7	0.8	3.823702E-03	3.904854E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	2.330306E-02	2.339063E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$

	4.5	0.5	0.8	1.771594E-03	1.862289E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	1.315108E-02	1.323478E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
		0.7	0.8	3.46028E-03	3.541433E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	2.576629E-02	2.585386E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
	6	0.5	0.8	1.581009E-03	1.671704E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	1.475365E-02	1.483736E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
		0.7	0.8	3.086733E-03	3.167886E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	2.890733E-02	0.0289949	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
100	1.5	0.5	0.8	1.365269E-03	1.413496E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	4.236292E-03	4.291056E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
		0.7	0.8	2.672604E-03	2.721333E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	8.300812E-03	8.35815E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
	3.5	0.5	0.8	9.741936E-04	1.0224242E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	5.944369E-03	5.999133E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
		0.7	0.8	1.906096E-03	1.954824E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	1.164864E-02	1.170598E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
	4.5	0.5	0.8	8.814841E-04	9.297113E-04	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$

			1.2	6.572744E-03	6.627508E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
		0.7	0.8	1.724385E-03	1.773114E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	1.288026E-02	1.293759E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
	6	0.5	0.8	7.861914E-04	8.344186E-04	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	7.37403E-03	7.428794E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
		0.7	0.8	1.537612E-03	1.58634E-03	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$
			1.2	1.445078E-02	1.450812E-02	$MSE\ (\hat{\lambda}_1(t))$

A comparison Generation Methods for Non Homogeneous Poisson Process Model Using Simulation

Lecturer Dr. Jasim Hassan Lazim*

Abstract

Non Homogeneous Poisson process has property with wide application in most scientific fields specialty communication systems fields and engineering fields queuing theory and reliability theory and repairable systems and others the much from phenomenon's which attached occur it with change time.

In this research, whole a comparison two methods for generate non homogeneous Poisson process is Melamed & Rubinstein method and Joe method, then whole the comparison to estimate parameters of power law model $\lambda(t)$ for NHPP in the maximum likelihood method for getting estimation power law model $\hat{\lambda}(t)$ and to next succeeding last model for two methods for generating NHPP for good style best two methods . Results gained to that mean square error for estimation power law model $\hat{\lambda}(t)$ and adopt on Melamed & Rubinstien generating method for NHPP is the best

*College of Management Technology