

المحاضرة 8

مثال/؛

هناك ثلاث فرص للاستثمار في الأسهم (a, b, c)، كما تظهر في الجدول أدناه، ومن المتوقع ان تحقق عوائد متباينة تبعاً للظروف الاقتصادية المؤثرة في الجدول؛

الحالة الاقتصادية	الاحتمال	السهم (a)	السهم (b)	السهم (c)
ركود	0.20	0.20-	0.50	-0.15
طبيعي	0.50	0.18	0.18	0.20
نمو	0.30	0.50	0.20-	0.10

المطلوب؛ معرفة حقبة الاستثمار المفضلة او الكفوة ؟

من المثال اعلاه، يمكن تشكيل (3) ثلاثة محافظ استثمارية ممكنة، هي (a,b)، (a,c) و (c,b)، ولمعرفة المحفظة المفضلة يجب اتباع الخطوات الآتية:

- حساب العائد المتوقع وخطر العائد لكل من الفرص الثلاث على حدة؛
- حساب الانحراف المشترك ومعامل الارتباط لكل اثنين على حدة؛
- حساب العائد المتوقع وخطر العائد لكل حقبة استثمار ممكنة؛
- وعلى ضوء ذلك يتم اختيار المحفظة الاستثمارية المفضلة.

الحل؛

1. نستخرج العائد المتوقع من حاصل ضرب العائد \times الاحتمالية: (المحاضرة رقم 6)

$$E_r = \sum_{i=1}^n (R_i \times P_{ri})$$

وكما يلي:

- العائد المتوقع للسهم (a)

$$(0.50)(0.30) + (0.50)(0.18) + (0.20)(-20) =$$

$$-0.04 + 0.09 + 0.15 =$$

$$20\% =$$
- وبالطريقة نفسها يتم حساب العائد المتوقع لكل من (b) و (c):
- العائد المتوقع للسهم (b) = 13%
- العائد المتوقع للسهم (c) = 10%

2. نستخرج الانحراف المعياري لكل فرصة استثمارية؛

الانحراف المعياري للسهم (a):

σ^2	مربع الفرق \times الاحتمال	الفرق	العائد الممكن - المتوقع	
0.0320	0.16×0.20	-0.40	$0.20 - (-0.20)$	ركود
0.0002	0.0004×0.50	(-0.02)	$0.20 - 0.18$	طبيعي
0.0270	0.30×0.09	0.30	$0.20 - 0.50$	نمو
0.0592				مج.

$$0.2433 = \sqrt{\sum \sigma^2} = (a) \text{ للسهم } (\sigma) \text{ الانحراف المعياري}$$

وبنفس الأسلوب يمكن استخراج الانحراف المعياري لعائد (a) و (b)

$$0.2476 = (b) \text{ الانحراف المعياري للسهم}$$

$$0.1323 = (c) \text{ الانحراف المعياري للسهم}$$

3. حساب الانحراف المشترك (COV.) لكل ورقتين على حدة، وكما يلي؛

- السهمين a و b؛

نتيجة (3×2×1)	الاحتمالية (3)	عائد السهم b.... (2) الممكن - المتوقع	عائد السهم a ... (1) الممكن - المتوقع	
(-0.0296)	0.20	$0.37 = 0.13 - 0.50$	$(-0.40) = 0.20 - (-0.20)$	ركود
(-0.0005)	0.50	$0.05 = 0.13 - 0.18$	$(-0.02) = 0.20 - 0.18$	طبيعي
(-0.0297)	0.30	$(-0.33) = 0.13 - 0.20$	$0.30 = 0.20 - 0.50$	نمو
(-0.0598)		$(Cov a, b) =$		الانحراف المشترك للورقتين a, b

وبالطريقة نفسها يمكن حساب الانحراف المشترك (a,c) و (b,c)، حيث تكون كما يلي:

$$0.019 = (Cov a, c)$$

$$0.021 = (Cov c, b)$$

التعليق؛

ان وجود انحراف مشترك سالب بين السهمين (a,b) هي ميزة مهمة في المحفظة الاستثمارية، لانها تمكن من تخفيض المخاطر في هذه المحفظة بنسبة كبيرة من خلال تنويع مكونات المحفظة باستعمال هذين السهمين.

4. حساب معامل الارتباط (CC) لكل استثمارين على حدة، وكما يلي:

بعد الحصول على النتائج اعلاه، يمكن تطبيق معادلة معامل الارتباط، سابقة الذكر، وكما يلي:

- معامل الارتباط بين (a) و (b):

$$CC_{a,b} = \frac{cov_{a,b}}{\sigma_a \sigma_b} = \frac{(-0.0598)}{(0.2433)(0.2476)} = -1$$

- معامل الارتباط بين (a) و (c):

$$CC_{a,c} = \frac{cov_{a,c}}{\sigma_a \sigma_c} = \frac{(0.019)}{(0.2433)(0.1323)} = 0.59$$

- معامل الارتباط بين (c) و (b):

$$CC_{c,b} = \frac{cov_{c,b}}{\sigma_c \sigma_b} = \frac{(0.021)}{(0.2476)(0.1323)} = 0.64$$

لقد اظهرت نتائج معامل الارتباط العلاقة السلبية (-1) بين السهمين (a) و (b)، وهي نفسها في الانحراف المشترك، وبذلك فانه لابد للمستثمر من تعظيم الاستفادة من هذه الميزة في تنويع المحفظة باستعمال هذين السهمين. وتبدو طبيعة هذا الارتباط واضحة في المقارنة بين عائد السهمين؛ ففي الوقت الذي يكون عائد (a) اعلى ما يمكن يكون عائد (b) في أدناه، والعكس صحيح.

5. العائد المتوقع على المحافظ الاستثمارية الممكنة من الاوراق اعلاه؛

بما ان كل محفظة تتكون من ورقتين، فان النسبة المئوية لكل ورقة من المحفظة الكلية:

$$(W_i)=0.50$$

وبذلك يمكن الحصول على العائد المتوقع لكل محفظة كما يلي:

العائد المتوقع لمحفظة مكونة من (a,b) = مجموع (العائد المتوقع x النسبة المئوية)

$$16.5\% = (0.50)(0.13) + (0.50) (0.20) = (a,b) \text{ المحفظة}$$

$$15\% = (0.50)(0.10) + (0.50) (0.20) = (a,c) \text{ المحفظة}$$

$$11.5\% = (0.50)(0.10) + (0.50)(0.13) = (c,b) \text{ المحفظة}$$

6. حساب الانحراف المعياري لمحفاف الاستثمار الممكنة من الاسهم اعلاه؛

يتم حساب الانحراف المعياري للمحفظة باستعمال الانحراف المشترك (COV)، والذي سبق وان تم استخراجه، مع العلم انه يمكن ايضاً استعمال معامل الارتباط والحصول على نفس النتائج.

$$\sigma_p = \sqrt{(w_a)^2(\sigma_a)^2 + (w_b)^2(\sigma_b)^2 + 2w_a w_b \text{COV}_{ab}}$$

وبالتعويض يمكن استخراج الانحراف المعياري للمحافظ الاستثمارية الثلاث، وكما يلي:

- المحفظة الاستثمارية (a,b)؛

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \sqrt{(0.50)^2(0.2433)^2 + (0.50)^2(0.2476)^2 + 2(0.50)(0.50)(-0.0598)} \\ &= 0.0 \text{ (صفر)}\end{aligned}$$

- الانحراف المعياري للمحفظة (a,c) :

$$\sqrt{0.02868} = 16.9\%$$

- الانحراف المعياري للمحفظة (c,b) :

$$\sqrt{0.03020} = 17.4\%$$

مما ورد اعلاه، يتضح ان خطر المحفظة (a,b) قد خفض الى الصفر بتأثير قوة تنويع الحقيبة (Portfolio Diversification) ، مع توفر الشرطين الآتيين:

1. ان يكون معامل الارتباط لسهمي المحفظة (a,b) تام سلبى، أي ان (CC = -1)؛

2. ان تكون نسب (أوزان) الاستثمار للسهمين متساوية؛ (انظر تسلسل 5)

وقد تحقق هذين الشرطين في هذه المحفظة، ومع ذلك ولتشخيص المحفظة الأفضل يجب اجراء تحليل مقارنة لخصائص الخطر والعائد للمحافظ الاستثمارية الثلاث، وكما يلي:

	المحفظة (c,b)	المحفظة (a,c)	المحفظة (a,b)	
العائد المتوقع	11.5	15	16.5	التسلسل 5 من الحل
الانحراف المعياري	17.4	16.9	Zero	التسلسل 6 من الحل

ان تحليل المعطيات اعلاه تظهر ان محفظة الاستثمار المثلى (المفضلة او الكفوة) هي المحفظة (a,b) لانها تعظم العائد المتوقع وتخفض الانحراف المعياري الى الصفر، في حين ان محفظتي الاستثمار (a, c) و (c,b) تعتبران محافظ غير كفوة لانهما يتمتعان بعائد أقل وبخطر اكبر مقارنة مع المحفظة (a,b).